

## 数式処理演習 小テスト問題 (05/5/30)

以下の問題を Maple で自力で解き，出力して提出せよ．日本語による書き込みがある場合は，手間がかかるので手書きでおこなってもよい．各問 20 点，合計 100 点．

1. 以下の分数計算をおこなえ．(西村和雄他著,「分数のできない大学生」より)

(a)  $7/8 - 4/5$

(b)  $1/6 \div 7/5$

(c)  $8/9 - 1/5 - 2/3$

(d)  $2 \div 0.25$

2. (a) 関数  $f(x) = \exp(-x^2)$  の積分，微分した関数を求め， $f(x)$  とともにプロットせよ．

(b) 2つの関数  $\exp(-x^2)$ ,  $x$  をプロットし，さらに交点を求めよ．

3. 以下の定積分の結果を求めよ．

(a)

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^4}} dx \quad (1)$$

(b)

$$\int_0^1 \log(x)^2 dx \quad (2)$$

4. 3行3列の行列  $A$  が

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 1 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

で与えられたとき，自然数  $N$  が十分大きいときの  $\log(\text{Trace}(A^N))$  を，以下の手順に従って求めよう．

(a)  $A$  の固有値を求めよ．

(b) 次に  $A.A$ ,  $A.A.A$  の固有値をそれぞれ求め，その結果から  $A^N$  の固有値を予測せよ．

(c) さらに  $A$ ,  $A.A$ ,  $A.A.A$  の対角和 (Trace) を求め，先程の固有値と比較し，相互の関係を導け．

(d) さらに  $N$  が十分大きいときに  $\log(\text{Trace}(A^N))$  の値はどうなるか．Maple だけで導出するのはしんどい．普通の数学の問題と考えて予測せよ．だめなら  $N=100$  ぐらいまでプロットしておけ．

5. コインを 10 回投げて表が出た回数  $n$  を記録するプログラムをつくれ. これを 1000 回繰り返したとき  $n=0..10$  の出現した回数を表示せよ.

ただし, 表 (1) か裏 (0) かをシミュレートする関数は

```
toss:=rand(0..1);
```

で与えられ,

```
toss();
```

とすれば 0 か 1 がランダムに現れる.

また, `total:=seq(0,i=0..10);` として回数を記録する list を用意した場合

```
Error, invalid subscript selector
```

と注意される可能性がある. これは `total[0]` がアクセスできないせいで, 一つずらして記録しておけばよい. 結果のプロットは

```
with(plots):  
listplot(total);
```

とすると以下のようなになる. 横軸は  $n+1 = 1..11$  へずれているがこれも可.

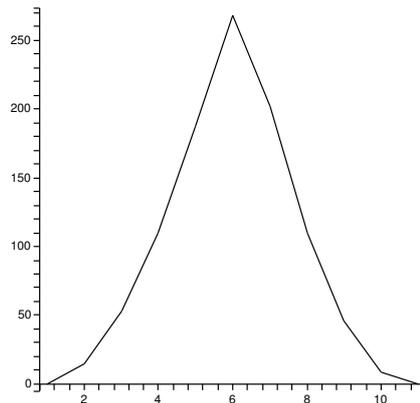


図 1: 10 個のコインを投げて表が出た回数  $n$  を 1000 回シミュレートした結果.