

線形代数—簡単な演算—

Copyright ©2006 by Shigeto R. Nishitani

▼ スカラーとのかけ算

```
> v1 := Vector([x, y]):
a*v1;
```

$$\begin{bmatrix} ax \\ ay \end{bmatrix}$$

(1.1.1)

▼ 行列,ベクトルの足し算, 引き算

```
> v2 := Vector([1, 2]):
v1+v2;
```

$$\begin{bmatrix} x+1 \\ y+2 \end{bmatrix}$$

(1.2.1)

```
> A0 := Matrix(2, 2, [[1, 2], [3, 4]]):
A1 := Matrix(2, 2, [[x, y], [y, x]]):
a*A0-b*A1;
```

$$\begin{bmatrix} a-bx & 2a-by \\ 3a-by & 4a-bx \end{bmatrix}$$

(1.2.2)

▼ 内積, 外積

ベクトルの内積は"."(ピリオド)で表わします.

```
> v1.v2;
```

$$\bar{x} + 2\bar{y}$$

(1.3.1)

ベクトルの外積は以下の通りです.

```
> with(LinearAlgebra):
OuterProductMatrix(v1, v2);
```

$$\begin{bmatrix} x & 2x \\ y & 2y \end{bmatrix}$$

(1.3.2)

行列とベクトルの内積

```
> A0.v1;
```

$$\begin{bmatrix} x+2y \\ 3x+4y \end{bmatrix}$$

(1.3.3)

内積で次元が合わないとエラーが返ってきます.

```
> v1.A0;
```

Error, (in LinearAlgebra-VectorMatrixMultiply) invalid input: LinearAlgebra-VectorMatrixMultiply expects its 1st argument, v, to be of type Vector[row] but received Vector(2, ((1) = x, (2) = y))

行列同士の積です.

```
> A0.A1;
```

$$\begin{bmatrix} x+2y & y+2x \\ 3x+4y & 3y+4x \end{bmatrix}$$

(1.3.4)

以下のような記法もできます.

```
> A0^3;
```

$$\begin{bmatrix} 37 & 54 \\ 81 & 118 \end{bmatrix}$$

(1.3.5)

▼ 例題

ベクトル $X := \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$ と 3×3 行列 A の積より $\begin{bmatrix} 4x+3y+2z \\ 3x+2y+z \\ 2x+3y+z \end{bmatrix}$ を作れ.

```
> X := Vector([x, y, z]):
```

```
A := Matrix(3, 3, [[4, 3, 2], [3, 2, 1], [2, 3, 1]]):
```

```
A.X;
```

$$\begin{bmatrix} 4x+3y+2z \\ 3x+2y+z \\ 2x+3y+z \end{bmatrix}$$

(2.1)

▼ 演習

$\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$ の n 乗を求めよ.

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, E を単位行列として $A^2 - (a+d)A + (ad-bc)E = 0$ を満たすことを示せ.

$A := \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ のとき, $A^2 - 5A - 14E = 0$ を示せ.