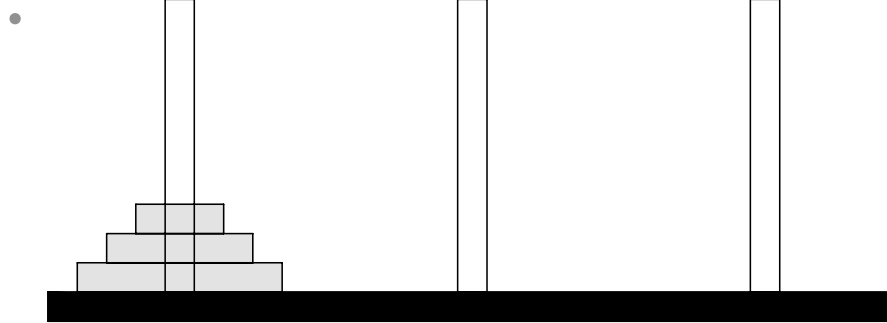


## ▼ 第3日ハノイの塔(再帰版)

### ▼ 課題

3本の杭(peg)があり,最初の杭には,おおきな円盤(ring)から小さな円盤が下から順に積まれて塔のようになっている.適宜3本の杭に円盤を差しかえて,円盤を最初の杭から最後の杭へすべて移し換えなさい.ただし,一度に一つの円盤しか動かさない.また,小さい円盤の上に大きな円盤を置いてはいけない.



### • 課題の背景

ハノイ(バラモン)の塔伝説

ベナレスにあるバラモン教の大寺院は世界の中心と記されており,そこに,杭が3本立った真鍮製の基盤がある.神はその一本に64枚の純金の円盤をはめた.僧侶たちは昼夜の別なくそれを別の杭に移し替え

る作業に専念している.そして移し替えが完了したとき,寺院もバラモン僧たちも崩壊し,この世が塵に帰るといふ.

- 『ハノイの塔』は1883年にフランスの数学者 E. リュカ (Edouard Lucas)が考えたゲームです.リュカがこの物語を創作したのか,はたまたこの物語から発案したのかは不明.

### ▼ make\_hanoi:=proc(n)

▼ 円盤の枚数nを受け取って,3本の杭(peg)A,B,Cを表わす配列を初期化する関数を作れ.

- globalにA:=Array(0..n);などとして杭A,B,Cを定義.
- 各杭A,B,Cの第0要素には杭に刺さっている円盤の枚数を入れる.
- 初期値は, A[1]:=n;...A[A[0]]:=1;とする.

### ▼ print\_hanoi:=proc()

▼ 3本の杭A,B,Cに刺さっている円盤のサイズと位置を表示する関数を作れ. A,B,Cはglobalで指定せよ.

- A: 2 1
- B:
- C:

-----

- と表示する.

- print\_hanoi()をmake\_hanoi関数の最後に加えておけ.

### ▼ move\_plate:=proc(Pfrom,Pto)

▼ 杭Pfromの一番上に載っている円盤一枚を杭Ptoへ動かす操作を記述せよ.

- make\_hanoi(2);
- move\_plate(A,B);

```
print_hanoi();
```

として動作，表示を確認せよ。

- print\_hanoi()をmove\_plate関数の最後に加えておけ。

#### ▼ hanoi2関数

- ▼ n=2の場合の円盤の動きを制御するhanoi2:=proc (Pfrom,Pto,Pwork)を作れ。ここで，Pworkは作業用の杭(peg)で，使い方は以下の表示を参照せよ。

- 杭Aにある円盤を，杭Bを作業用の杭として使って，杭Cに移す場合

```
make_hanoi(2);
```

```
hanoi2(A,C,B);
```

とする。結果は以下のようなになる。

- A: 2 1

```
B:
```

```
C:
```

```
-----
```

```
A: 2
```

```
B: 1
```

```
C:
```

```
-----
```

```
A:
```

```
B: 1
```

```
C: 2
```

```
-----
```

```
A:
```

```
B:
```

```
C: 2 1
```

#### ▼ hanoi3関数の作成

- n=3の場合の動きを予測せよ。
- ▼ n=3の場合に動くhanoi3:=proc(Pfrom,Pto,Pwork)を，hanoi2を内部で使って作れ。
  - ヒント：3枚の円盤のうち上部の2枚(i=1,2)をhanoi2を使って杭Aから杭Bへ移す。次にサイズ3の円盤を杭Cに移す。最後に，杭Bにある円盤をhanoi2を使って杭Cに移せばよい。

#### ▼ hanoi:=proc(i,Pfrom,Pto,Pwork)

- ▼ 先程のhanoi3を参照して，i枚の場合のhanoi関数を作る。一般化した場合の記述は以下の通り。
  - i枚の円盤うち，i-1枚の円盤を杭Pfromから杭Ptoを使って杭Pworkに移す。次にサイズiの円盤を杭Ptoに移す。次に杭Pworkにあるi-1枚の円盤を杭Pfromを使って杭Ptoに移す。
- ▼ iを引数に加えて，再帰的にhanoi関数を使うことによってハノイの塔の移動が完了する。
  - ▼ 最後をどうするかはいい加減でいい。例えば，
    - i=2まできた時にはhanoi2(Pfrom, Pto, Pwork)を使う。
    - あるいはi>0ではこの操作を続け，i=0では何もしない。
- n:=4;
 

```
make_hanoi(n);
hanoi(n,A,C,B);
```

 とすれば動作するはず。やってみ。

- ▼ 世界の終わりは？
  - 一枚の金貨を別の杭に移すのに1秒かかるとすると、バラモン僧たちが64枚の金貨を移すのに何年かかるか？
  - ヒント:移動の回数を記録するglobal変数とその操作をmove\_plateに加えて, n:=6;ぐらいまでとって, 金貨の枚数nと移動回数との関係を予測せよ.
  - ▶ ちなみに宇宙年齢は137億歳( $1.37 \cdot 10^{11}$ )と計測されています. 後何年??