

# 数式処理教育でのペアプロの効果

関西学院大学 理工学部（・情報科学科） 西谷滋人 (Shigeto R. Nishitani)  
Department of Informatics  
Kwansei Gakuin University

## 1 まえがき

覚える事が多いので、資料をみながらでないとなかなか使いこなすことは難しいと思います。複雑な方程式を解いたり、テイラー展開をするのに便利なので、基本的な事を覚えていれば、とても役に立つものだと思います。（関学、数理、2年女）

冒頭の文句はまさに、数式処理ソフト (Computer Algebra System: CAS) を修得しようとして挫折した多くの研究者に共通する感想だと思います。教える方としては「根本的に誤解しているんですが」となります。それは、数式処理ソフトを使いこなしている人は、「何も新しいことを覚えてない」し、「資料を見ながらでいい」からです [1]。

数式処理ソフトの操作感は、だいぶ前に議論を巻き起こした電卓に通じるものがあります。単純な計算を外注して、数学の中身に集中するために電卓は悪くありません。ただし、電卓は機能が限定されているので、操作が直観的で、本当に覚えることも資料を見ることもありません。ところが、数式処理の場合には覚える必要はないけれど、資料を見る必要があります。それは数学の公式集を繰るのと同じ作業なんです。数学の初学者にはそれが分からないのかもしれませんが、数式処理ソフトのスキルを修得するには、演習が一番です。そのためには、高校時代に数学を解くことにフロー感を感じるほど、十分に演習を積んだ経験が必要です。しかし、今の多くの学生さんにはそのような体験がなさそうです。そんな学生さんに演習を強要してもなかなか取り組んでくれません。著者は、理工系の大学生へ数式処理ソフトのスキルを定着させる工夫を15年以上いくつもこなって来ましたが [2, 3]。今回、もっとも良さそうな解が見つかったので、その内容を紹介します。

## 2 数式処理演習のカリキュラム

対象となる科目は数式処理演習で、理工学部の情報科学科3年生、半期、65名程度が受講します。全員がコンピュータを使える環境です。学科のカリキュラムのなかではあまり重要でないのですが、「数学の苦手意識を克服します」という宣伝文句につられて、数学が苦手な学生が集っています。

授業の実施方法を簡単にまとめると次の通りです。

## 前半

1. (好きな) ペアで.
2. チャート式を宿題に
3. グループワークを提出
4. ペア試験 (5/27) (6/3), なんでも持ち込み可, ネットも
5. 60 点以下のグループは解体

## 後半

1. 3 マンセルで指導.
2. 課題をレポート提出
3. 新たに加わった一人が提出.
4. 個人試験, フォルダのみ持ち込み可, ネット不可.
5. 80 点以下は補講.

ここでキーとなるのが, ペアによる作業です. これは, ソフトウェア工学の最先端技法であるアジャイルソフトウェア開発のペアプログラミング (ペアプロと略します) から引っ張って来ました [4]. 作業効率が格段にあがる魔法の手法とされています. まずは, ペアプロの様子から紹介していきます.

## 3 ペアプロの実践

ペアプロの実施の仕方は次のように説明しています.

- 「ふたりで, 共同作業しましょう」という結婚式のノリ.
- 一台のコンピュータで, モニタ, キーボード, マウスも交互に使って, プログラムを書いていく.
- 5分ほどで交代. 疲れたら交代. 分からんようになったら交代.
- 「ドライバーとナビゲータ」, 「ぼけとつつこみ」の要領で作業を進める.
- プログラムの中身を考えるより次どうするかというのをナビるみたいな感じになると思います. ちょっとしたケアレスミスをなくし, 忘れてしまった操作を思い出し, 意味不明のテキストを読み解く. どうしても分からんかったら, 二人の合意のもと,... 西谷か TA に質問する.



図 1: ペアでの演習風景.



図 2: 3 マンセルの様子.

実際の授業光景は図1の通りで、頭を寄せ合っていくつかのグループができているのが分かります。図2の手前の女子達が3マンセルの様子を示しています。数分経つと、3人が一斉に立ち上がって、ポジションを回すという作業を授業中繰り返していました。他のペアがキーボードの受け渡しだけで済ましているのに、ちょっとびっくりします。

ペアプロの効用のいくつかを簡単に紹介します。

**単純なミスのチェック:** ペアプロを始めてすぐに役に立つのが、変数の意味、括弧の閉じ忘れ、セミコロン忘れのチェック等の単純なミスの指摘です。これらは熟練者のコーディング作業でも無駄な時間の最大要因なんですが、書いている本人は気がつかない変数名や組み込み関数の大文字、小文字の違いとか、スペリングのミスとかは横にいる人には意外と見えやすく、とても助けられます。

**チーム作業の最低マナー:** 約束を守る、時間に遅れない、休まない、公平に分担する、相

方をリスペクト(尊敬)する。「遅刻しない」という行動の理由が、単位をかざして先生が怒るからなのか、チーム作業の最低マナーとしてなのかでは大いに違いがあります。そのあたりの感覚を身につける基本となります。

**集中(キックオフ)：**仕事を一人でするのはつらいものです。また、きっかけがないと後回しにして、気がつけばネットサーフィンです。相方がいると仕事を始めるきっかけとなり、さらに継続して作業に集中する助けとなります。さらにペアでやっている则他のペアとの競走のような意識が出て来て、自分たち(だけで)早く解くよう努力する傾向があります。

**気づき：**先生が提示してしまうと単なる暗記になる手順を、共有することによって発見の疑似体験ができるのではという期待もあります。実際に、「わかった!」とか「へー」とかの感想が教室のあちこちから聞こえてきます。

**フロー状態(ペアでの)：**フロー感というのはひとりの時にのみ感じて、ペアプロをやっているときはなかなか感じません。ところが、ドライブの最中に無理に声にだして考えていることを説明すると、ナビがえらく納得してくれる場合があります、やけに心が通じた気になります。フロー感(自慰行為みたいなどころがあるのですが、ペアプロにはさらに交わりを深めるなにかもあるようです。

**かっこづけ(他人の目)：**じろじろ見られていると緊張しません?人様に見られても恥づかしくない仕事をするものです。一人でやっているとどうしても「まあ、いいか」となるところで、もうひと頑張りできます。わかりやすい形にする手間をかけようか..後で(自分で)見ても理解しやすいコードを書くコツです。

この中で、特に重要なキックオフとコミュニケーションについては別の節で考察を深めます。

## 4 ペア試験

このようなペアに対して、今年(初めて)試験もペアで受けるということ(を)させてみました。実際の問題は付録にある通りで、これに微積分、線形代数のテキストの抜き刷りをつけています。例年の試験よりも相当レベルをあげたつもりです。

実際のペア試験の結果は図3の通りです。60点を下回るペアが相当いるだろうと予想していたのですが、予想に反してよく頑張っていると思います。6割以上のペアが合格ラインを超えており、実際にペアの解散となったのは数ペアでした。

では、この試験を採点した後に行ったアンケート記述の一部をご覧ください。

- 眠くならない。普段のテストでは個人なので、あきらめても自由(だけ)ど、ペアだとがんばらないといけない気持ち(が)強かった。
- 二人で話し合いながらできるので、楽しかった!!
- 詰まってもお互い意見を言い合い、まとめる事で解けた問題があった。

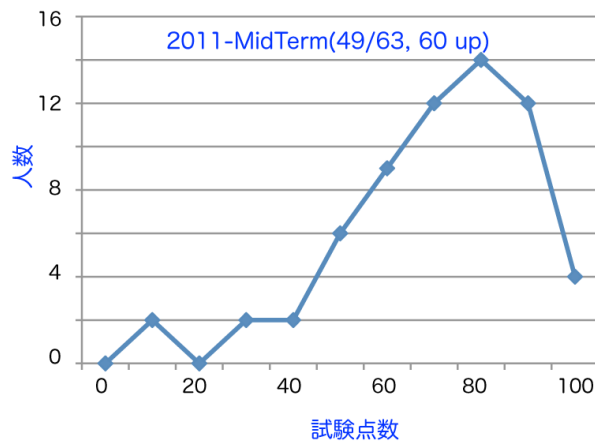


図 3: ペア試験の得点分布.

- 解散後、全く知らない人との取り組みになってしまうとあまり話せなくなってしまいう可能性があったので真剣でした。

試験のときに寝ている学生をよく目にします。しかし、今回のペア試験では寝ている学生は皆無でした。もちろんちゃんと実働しているペアは話し合っているのです。寝ることはありません。点数の低かったペアですら、探し物をしたり、相談したりしていました。コンピュータを使った試験でよく見かける関係のないwebサーフィンをしている学生もいませんでした。

ここらは予想した通り何んですが、驚くのは「楽しかった」という感想です。

## 5 考察

さて、何が楽しいのでしょうか？ 試験の感想で「楽しかった」というのは初めて見ました。たぶん、彼女らも初めてだったでしょう。他の学生さんたちもいつもより頑張ったという感想に満ちています。この理由について二つのキーコンセプトを紹介します。

### 5.1 キックオフあるいは集中

まずはごく常識的に説明可能な、私たち大人になった世代にも分かりやすいキックオフあるいは集中について紹介します。試験の最中に寝なかった理由となります。次の文章は「Joel on software」というプログラマーが書いたエッセイからの抜粋です [5]。

ひとたびフロー状態になると、それを維持するのは難しくない。私の一日の多くはこんな感じだ:

1. 仕事にとりかかる。
2. email をチェックしたり、Web を見たり、その他のことをする。

3. 仕事に取りかかる前にランチを取った方がいいと判断する.
4. ランチから戻る.
5. email をチェックしたり, Web を見たり, その他のことをする.
6. いい加減始めた方がいいと心を決める.
7. email をチェックしたり, Web を見たり, そのほかのことをする.
8. 本当に始めなきゃいけないと, 再び決心する.
9. くそエディタを立ち上げる.
10. ノンストップでコードを書いていると, いつのまにか午後 7:30 になっている.

**ただ始めること.** たぶんこれが生産性の鍵なのだ. ペアプロが機能する理由は, ペアプロ作業を相方と予定することで, お互いに始めることを強いるからに違いない (原文より訳出).

キックオフの効果だけでなく, ペアによる作業は, ネットサーフィンやメールチェックなんかを強制的に排除します. これだけでも, 集中があがります. でも, それだけでは楽しくはないでしょうね. 「楽しい」という感覚は彼らの育った環境に根ざしているという最近の分析を紹介します.

## 5.2 ワンピース

『ONE PIECE』(ワンピース, 以下ワンピ) というマンガをご存知でしょうか? めちゃくちゃ流行ってます. 1997 年より『週刊少年ジャンプ』(集英社) に連載を開始して, 現在単行本が 64 巻までいたってます [6]. 先日 12 月 3 日付けの日経新聞の「何でもランキング」でも, 書店員が選んだ「最終回を読みたい連載中の漫画」で 5 位に入っていました. たぶん若者たちの支持はもっと高いと思います. ちょっと教室でアンケートをとれば, 好きだという学生は男女区別無く半数以上います. マンガだけでなくアニメ, 映画, 大手小売業とのコラボ等で相当に露出しています. また, 海外にも展開しており, 中国では人気 No.1 で, 上海の新聞で連載が開始されたそうです [7].

私も何度となく読んだり, テレビで見たりしたのですが, この面白さが分かりませんでした. これを鈴木はガンダム世代とワンピ世代の世代間ギャップとして分析しています [8].

ガンダム世代のキーワードは「組織」です. これは, ガンダムの中に出てくる有名な台詞をまとめればすぐに納得がいきます. 「戦場」を「会社・ビジネス」に置き換えています.

- 会社がやられちまえば, 病気だ怪我だって言えるかよお
- 訪問薄いぞ. 何やってんの!
- 相手が会社なら人間じゃないんだ!

- 悲しいけど、これビジネスなのよね
- 寒い時代だと思わんか？
- 行きまーす！

これに対して、新しいワンピ世代のキーワードは「自由と仲間」だそうです。世界の勝利者とは「一番自由で居られる者」であり、最も大切なものは違う職場で違う夢を追いながらも心の奥で共感し合える「家族のような仲間たち」だそうです。

これが今の若者を読み解くキーワードとなっているようで、昨年の秋以降「ワンピ」を取り上げたビジネス書が溢れています [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14]。最も初期に目を付けたのは平居謙氏のように [9]、その後も 2 冊おなじ出版社から出ています [10, 14]。一方、「もし ONE PIECE ファンの女子大生が起業したら」 [15] というちょっとアレものの題名の書籍が早い時期に出ていますが、こちらはワンピからの引用・分析はほとんどないようです。

鈴木はこのようなワンピ世代の「強い仲間意識」は人生観、行動規範の形成期を過ぎた時代の背景の違いが、世代間の価値観の違いを生み出していると分析しています [8]。今の 40 代から 50 代が組織論としての「ガンダム」にはまったのと同じように、ワンピは今の時代を若者が生き抜くための心のよりどころのような象徴として捉えているようです。さらに、mixi, twitter, facebook 等の流行もこのような「仲間とのつながりを大切にする」世代を中心に広まってきました。

## 6 個別試験の結果と分析

このように今の学生たちはペアでの作業を非常に楽しんでいます。授業では、ペア試験のあとに最終試験として個別試験を課しました。レベルは、昨年度までと比べるために同じ程度にしてあります。したがって、ペア試験に比べて圧倒的に簡単はずなんです。昨年度までと比べた結果は図 7 の通りです。今年よりも昨年の方が平均は高くなっています。昨年度は中間試験も同じレベルの問題を個別に受けさせました。内容としては中間・期末で同じ形態、レベルだったので、学習効率がよく、最終試験では多くの学生が高い点をとりました。残念ながら、ペア作業は学生の個別のスキルを格段にあげるものではなさそうです。

個別試験で 80 点未満であった学生を集めて、内省的日記を書かせてみました。そこからは次の指導の種が読み取れます。

**持ち込み用フォルダー作りの失敗** もっとも多かったのは、「持ち込み用フォルダーをまじめに作らなかった」学生です。挟み込んだだけでは何処に書いてあるか分かりません。自分でタグ付けをしたり、自分の手で解いた出力を挟み込んだり、どこになにが書いてあるかの全体像を把握していないといざという時に検索できず、探しているうちに時間切れになります。プリントは web にあげているのですが、それを打ち出して安心してしまふ学生はとても残念でした。持ち込み用フォルダーづくりには、単なる参考資料作り

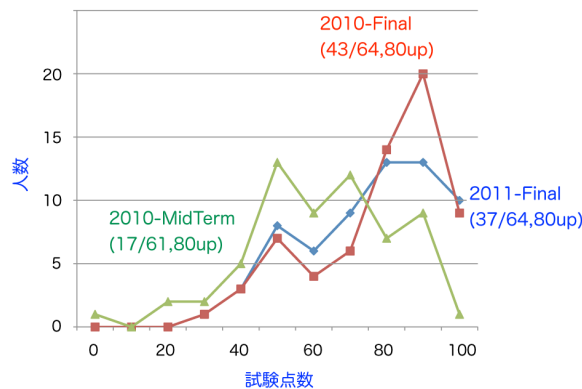


図 4: 個別試験の得点分布.

だけでなく、ポートフォリオ作成として捉え、場所による記憶づくり、整理、見直し等の修得の意図があるのですが、そこまで至った学生がいたかは不明です。

### ペア実践の失敗

- 分かった気でいたが、一人では何もできない事が分かった。
- 交代しながらやれと言っている意味が分かった。
- 自分のケアレスミスの処理はペアの子がよく見つけてくれた。自分はその指摘をよく覚えるべきだった。

次に多いのは、ペアで片方に頼り切っていた場合です。自分が解いているのか、相方が解いているのか... 次のタイプミスともつながるのですが、打ち込まれてしまったコードからは、コードの途中でなされた微調整が伝わりません。自分でキーボードで打ちこんだ経験があると、気づきやすいのですが、横から見ていただけではダメです。助手席に乗っているだけでは、車を運転できないのと同じであることに気づいてほしいところです。

**タイピングがひどい** 次にあがったのはタイプミスですが、これにはいくつかのレベルがあります。もっとも多いのは、「1, l, I (数字のイチ, 小文字のエル, 大文字のアイ)」の区別がついてないことです。これはテキストに使っている変数名等の付け方の工夫だけでは限界があり、フォントの改善「1,l,I」である程度対応できます。しかしそれ以上に product とか matrix inverse などの英単語のスペルミスが問題です。単なるタイプ試験で英単語と日本語を比べればよくわかりますが、日本語の入力ではミスが少ないのに、英語だとミスが頻発する学生がいます。このような学生は英語をチャンク、あるいは音韻として認識していません。英語の勉強もかねていることを認識してくれるといいのですが... 一度に2つ以上のことを教えないという原則に照らして修正が必要かもしれません。



「自信のなさ」「焦り」 最後にあがってきたのが「自信のなさ」「焦り」です。これはとても気になります。普通「真っ白」になるのは、覚えていたはずのものを忘れてしまった状態です。フォルダーの持ち込みを認めているのですから忘れようがないはずです。もしかするとペアに依存してしまって、一人では何もできない状況になっているのでしょうか。ペア実践を深めれば、仮想的に友だちの助言を受けながら考えを進めていくこともできるのですが、ここまで到達したグループがあったかどうか不明です。

さらにこのアンケートで残念だったのは、時代の風潮かもしれませんが、自己分析は素直で鋭いのですが、まとめると「がんばります」になっている学生が多いことです。何を頑張るのか、どのようなミスを次は繰り返さないように記憶にとどめるべきなのか等は忘れてしまって、「次に頑張ります」では決して内省にならないのが残念です。

## 7 まとめ

大学で数学を教えていて、学習の動機をいかに保つかはつねに悩みの種です。あとで役に立つからといくら説いても、単位のために勉強し、学期が終わればすべて忘れようと待ち構えているように見えます。役に立つと言うのは、定着のための動機としては本当に弱いものです。学習深化のサイクルとなる動機 → スキル → 習慣 → ... のなかで、スキル以外は学生の自発的な能力であると考えがちです。つまり、大学に入るまでの勉強によって身につけている技能みたいなものと。しかし、ゆとり世代にはそんな期待も抱けず、この10数年間は教える内容を絞り込んで戦線を縮小していくしかない状況でした。しかし、ペアプロの実践を通して分かったことは、少なくとも動機と言うのは状況によって強制的に作り出すことが可能だということです。あるいは受講生が今コントロールできる技能であると。こうなると教えるレベルも含めて戦線を拡大していけそうです。まずは、ペアでの取り組みがさらに習慣へと結びついていく方策を実践したいと考えています。これには、個別試験の平均でペアの成績をつけるという試みを他の授業で実験中です。これは、能力が高い学生と低い学生の双方にとって学習する、あるいはさせる強い動機となる可能性があります。グループでのレポート等の取り組みですと、どうしてもフリーライダーを排除することができません。さきほど紹介した通り、仲間のためなら頑張ると主張するワンピース世代の「がんばり」を試してみようと思います。

## 参考文献

- [1] 西谷滋人,「数式処理ソフト MAPLE による数学教育」,「現代数理入門」宮西正宜, 茨木俊秀編著, 関西学院大学出版会, 2009, pp.211-231.
- [2] 西谷滋人,「Maple を利用した応用数学教育」, コンピュータ&エデュケーション, Vol.13(2002), 33-39.
- [3] 西谷滋人, 廣岡愛未,「パターンとペアプロの数式処理ソフト学習への適用」,「RIMS 研究集会『数式処理と教育』報告書」清水 克彦, 高遠 節夫編, 京都大学数理解析研究所講究録 (ISSN 1880-2818) 1735(2011/4), pp.127-139.

- [4] ローリー ウィリアムズ, ロバート ケスラー, 「ペアプログラミング—エンジニアとしての指南書」, (ピアソンエデュケーション, 2003).
- [5] Joel Spolsky 著, 青木靖訳 「Joel on software」 (オーム社, 2005) p.132.
- [6] [http://ja.wikipedia.org/wiki/ONE\\_PIECE](http://ja.wikipedia.org/wiki/ONE_PIECE).
- [7] <http://www.yawaran.net/playground/onepiece1.shtml>.
- [8] 鈴木貴博, 『「ワンピース世代」の反乱, 「ガンダム世代」の憂鬱』, (朝日新聞出版, 2011/6/7), pp.14–16.
- [9] 平居謙, 『「ワンピース」に学ぶ仕事術』, (データ・ハウス, 2010/11/5).
- [10] 平居謙, 『「ワンピース」に生きる力を学ぼう!』, (データ・ハウス, 2011/4/22).
- [11] 徳永 泰, 「漫画ワンピースは、これからの時代のビジネスバイブルだ!」, (イーセミ出版, 2011/7/15).
- [12] 安田雪, 「ルフィの仲間力『ONE PIECE』流、周りの人を味方に変える法」, (アスコム, 2011/9/20).
- [13] 海賊行動学研究会, 「超読解 ワンピースが教えてくれた人生で大切なこと—自分の“宝”を守るために必要なもの」, (経済界, 2011/08).
- [14] 平居謙, 『「ワンピース」に学ぶ勝利の交際術』, データ・ハウス, 2011/10/20).
- [15] 佐藤公信, 「もし ONE PIECE ファンの女子大生が起業したら」, (イーグルパブリッシング, 2010/10/23).

## 情報科学科 数式処理演習 試験問題

以下の問題を Maple を用いて自力で解き，出力して提出せよ．80 点以上が合格．何番をやっているかが分かるようにせよ．

1. (a) 次の関数を積分せよ．(10 点)

$$\sin^4 x \cos^2 x$$

- (b) 資料を参考にして，次の関数の極値を求めよ．(15 点)

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 2xy$$

2. (a) 行列  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ．また，各固有ベクトルが互いに直交していることを確かめよ．(10 点)

- (b) 資料を参考にして，つぎの連立 1 次方程式を解き，一般解を「特殊解と同伴な同次連立 1 次方程式の基本解の 1 次結合の和」の形で表せ．(15 点)

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 2u = 2 \\ -x - 2y - 3z - 2u = -2 \\ -x - y - 3z - 2u = -1 \\ 2x + 4y + 6z + 2u = 2 \end{cases}$$

3.  $a$  を定数とし， $x$  の 2 次関数

$$y = 2x^2 - 4(a+1)x + 10a + 1$$

のグラフを  $G$  とする．

グラフ  $G$  の頂点の座標を  $a$  を用いて表わすと

$$\left( a + \boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イウ}} a^2 + \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}} \right) \quad (1)$$

である．

- (a) グラフ  $G$  が  $x$  軸と接するのは，

$$a = \frac{\boxed{\text{カ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$$

のときである．(25 点)

(b) 関数 (1) の  $-1 \leq x \leq 3$  における最小値を  $m$  とする.

$$m = \boxed{\text{イウ}} a^2 + \boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}} \quad (2)$$

となるのは,

$$\boxed{\text{ケコ}} \leq a \leq \boxed{\text{サ}} \quad (3)$$

のときである. また

$$a < \boxed{\text{ケコ}} \text{ のとき} \quad m = \boxed{\text{シス}} a + \boxed{\text{セ}} \quad (4)$$

$$\boxed{\text{サ}} < a \text{ のとき} \quad m = \boxed{\text{ソタ}} a + \boxed{\text{チ}} \quad (5)$$

である.

したがって,  $m = \frac{7}{9}$  となるのは,

$$a = \frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}, \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} \quad (6)$$

のときである.

下記のヒントを参照して Maple で解け. (25 点) (2009 年度大学入試センター本試験 数学 I・数学 A, 第 2 問).

```
>restart;
f:=unapply(2*x^2-4*(a+1)*x+10*a+1,(x,a));
plot([f(x,-3),f(x,-2),f(x,2),f(x,3)],x=-2..4,
linestyle=[solid,dot,dash,dashdot],color=black);
```

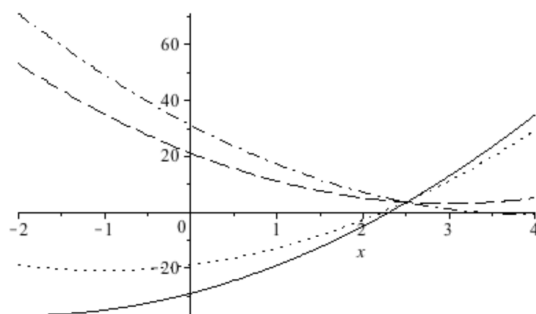


図 1: 問 3 を解く際のヒントのグラフ.