# 第一原理計算の注意点

–アルミニウム粒界のエネルギー収束性を例に–

Energy convergency of the first principles calculations on Al boundary

西谷滋人 (Shigeto R. Nishitani)<sup>1</sup>, 大澤一人 (Kazuhito Ohsawa)<sup>2</sup>, and 山本洋佑 (Yosuke Yamamoto)<sup>3</sup>

<sup>1</sup> 関西学院大学理工学部情報科学科 (三田市). Department of Informatics, Kwansei Gakuin University(Sanda-shi, Hyogo).

<sup>2</sup>九州大学応用力学研究所 (春日市). Research Institute for Applied Mechanics, Kyushu University(Kasuga-shi, Fukuoka).

<sup>3</sup>Sky Grid 合同会社(大阪市). Sky Grid LLC.(Osaka-shi, Osaka).

## 1 はじめに

「初めまして,お世話になっています.」2018年の夏休み前からいろいろなところで,こんな挨拶を西谷は 受けます.特に材料系の学会で.これは,2011年から私の homepage で公開しています『はじめての VASP 原理から使用法,適用例まで』[1]が Googleの検索でごく最近上位に入って来て,第一原理計算の VASP を 始める初学者が参照してくれているためのようです.ただ,研究室での使用を前提としているので,図が空白 のままだったりします.編集委員からこの連載のお話をいただいたときに,ちょどその文書の抜けた箇所が気 になっていたので,そのあたりを詳しく解説する内容にしました.

最近は、Mg の LPSO の生成機構や Al と Cu の小傾角粒界エネルギーを計算しています.そこで間違った 値で議論してしまった失敗を通じて第一原理計算の注意点をお伝えします.スパコンを利用した VASP の巨 大計算で得られた結果をふんだんに盛り込んで解説します.最重要点は「系の原子サイズが変わるときは注意 せよ」です.

# 2 バンド計算の基礎

近年, VASP をはじめとする現実系のエネルギーと力を高精度,高速に求めるバンド構造計算パッケージが 手軽に利用できるので,固体を対象とする実験研究者もツールとして多用されていることと思う.逆に,計算 パッケージで得られるトータルエネルギーの信頼性を,気にしている研究者も多いだろう.

私が失敗したのもこの辺りである.なので,第一原理計算でどうやってエネルギーを計算しているかという バンド計算の基礎事項のおさらいから始める.既知の事項は読み飛ばしていただきたい.

#### 2.1 原子系と太陽系のメタファ

最近のネットの解説(私のも含めて)は中途半端で理解できない記述が多いが,教科書は非常に良いものが 出てきていて,初学者や学び直す人には電子構造計算を理解するに十分な知識を与えてくれる.古い波動の教 科書では扱われていないシュレディンガー方程式の導出や,意味,分散関係の基本などの「波動」からの基 礎知識に関しては,Fleisch-Kinnaman[2]がわかりやすい.もっとバンド計算の具体的な原理に近いところで は,Grosso-Parravicini[3]が出色である.この辺りをさわりながら,第一原理計算が何をしているかを簡単に まとめる.心がけたのは,「物理の基礎のない学生さんが学会発表で攻められてもなんとか応答できる程度に 得心してもらう」である.

電子系の計算なので、シュレディンガー方程式を解いているのは周知であろう.原子系の構造は、太陽系の 構造からのメタファで描かれた.もし、エネルギーを縦軸にとればこの様子を横から見ると図1のように捉え ることができる.



図1 上段は太陽系と原子系のメタファ. さらに A,B 原子系が近づき, AB 分子を構成する模式図.

惑星は、太陽からの重力ポテンシャルの中を軌道 (orbit) に沿って回っている.一方、電子は核イオンの作 る静電ポテンシャル (V) の中に、波動関数 ( $\phi$ ) で、軌道みたいなもの (orbital) のあたりを漂っている.ここ では、A、B 原子の周りで考えて、A が s 的な、そして B が p 的な軌道を取っていたらという模式図である. 太陽系では、水星や金星の軌道はエネルギー準位のどこでもいい準位を取ることができるし、そのポテン シャルの上に完全に乗っている.ところが原子系では、エネルギーはとびとびの準位 ( $E_i$ ) しか取れず、しか も波動関数の 2 乗で表される存在確率はポテンシャルの外へ染み出している.さらに、太陽系の重力ポテン シャルの絵では、運動エネルギーがかけない.急な坂を転がる時は加速して運動エネルギーが上がり、坂を 登ってなだらかなところではゆっくり進む.トータルのエネルギーは変わらないし、その速度と距離の関係 がケプラーの第二法則となる.原子系では、ポテンシャルに運動エネルギーも加わって一定の準位で表示さ れる.

#### 2.2 実空間での分子結合の描像

これら A,B 原子が近づいてくると、どうなるかを想像して欲しい.まず、核イオンの作るポテンシャルは足 し算  $V_{\text{ions}} = V_{\text{A}} + V_{\text{B}}$  で近似できる.また、分子軌道  $\phi_{\text{AB}}$  も単純な原子軌道の線型結合 (linear combination of atomic orbital: LCAO),

$$\phi_{\rm AB} = c_{\rm A}\phi_{\rm A} + c_{\rm B}\phi_{\rm B} \tag{1}$$

で近似できるといいが、厳密には違う.次のような AB 分子のシュレディンガー方程式,

$$H_{AB}\phi_{AB} = E\phi_{AB}$$

$$H_{AB} = \left(-\frac{\hbar^2}{m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V_{AB}\right)$$
(2)

のハミルトニアン H の中にあるポテンシャル項  $V_{AB}$  には単純な核ポテンシャル (ion potential) 以外に電子 同士の静電的な反発の効果を表す交換相関ポテンシャル (exchange correlation potential) が含まれているか らである.

原理的にこのポテンシャルはセルフコンシステント (自己整合的) になるように決める必要がある. なぜな ら, (2) 式の左辺に入力として入れるポテンシャルは波動関数  $\phi_{in}$  を使って求められ, (2) 式の解として出て きた波動関数  $\phi_{out}$  が,やはりポテンシャル項に影響を与えるからである. そのループを単純化して描くと図 2 となる.





図2 波動関数を self consistent (自己無撞着:じこむどうちゃく) に求める loop の模式図.

GGA とか LDA というのはこの交換相関ポテンシャル項にどんな近似関数を使うかで、局所的な密度だけ に依存する関数だと LDA(local density approximation)で、微分した傾きまで入れると GGA(generalized gradient approximation). 一方、イオン項にあたる核ポテンシャルは、全部そのまま考えて内殻まで計算す ると FP(full potential)で、内殻との直交性を考えてポテンシャルを近似すると PP(pseudo potential)で、 内殻のシフトを有効的に近似して計算速度と精度を調整したのが PAW(projector augmented wave) だと単 純には理解できる.

## 2.3 固体はバンドと DOS で

実空間での描像は、分子を考えるときにはいいが、固体を考えるには、周期的境界条件 (periodic boundary condition) で大きさ無限を仮装(仮想) する. そんな描像を頭の中で思い描くには、図 3に示したようなバン ド図と状態密度を読み取る必要がある. これは、周期的な状態を表すのに便利な波的な関数を使っているから である. この表記の面白いのは、広がった (delocalized or extended) 自由電子 (free electron) 的な sp 電子 と、局在 (localized or bound) した d 電子とが区別して表示されている. 慣れてくると、このような図を見た だけで、Cu の電子状態が sp と d の相互作用 (混成) で作られていることを読み取ることができるが、そのた めの基礎知識をこの後しばらく解説する.



図3 Cuのバンド図と電子状態密度 (Density of states: DOS).

局在した電子と,拡張した自由電子との違いは,次のような模式図4が描ける.先ほどの2原子分子を固体 に拡張したと思って欲しい.自由電子はポテンシャルが弱いか全くない状態を考え,電子の海が広がっている と考えられる.一方,局在した電子はポテンシャルが深く,そこに閉じ込められた原子軌道 (atomic orbital) に似た状態で,お互いがわずかに相互作用していると考える.

#### 2.4 自由電子

まずは自由電子 (free electron) と呼ばれる, 広がった (extended) 電子状態の分散関係 (dispersion relation) を示す. 前掲の Fleisch-Kinnaman の第6章で記述されている通り

$$\omega(k) = \frac{\hbar}{2m}k^2$$

となる.ここで,振動数  $\omega$  は逆格子ベクトルの長さ k の 2 乗に比例する.また,m は電子の質量, $\hbar$  はプランク定数 h を 2 $\pi$  で割った定数である.この関係は,振動数  $\nu = \omega/2\pi$  の粒子のエネルギー E

$$E = h\nu$$



図4 局在電子と自由電子の実空間像,バンド図,DOS.

と, 波の波長  $\lambda = 2\pi/k$  と粒子の運動量 p を結びつけるド・ブロイ (de Bloglie) の関係

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi}{k}$$

とを組み合わせて,

$$E = h\nu = \frac{h}{2\pi}2\pi\nu = \hbar\omega = \frac{p^2}{2m} = \frac{k^2\hbar^2}{2m}$$

から予測される.

これを 1 次元で plot すると図 5の上段左図のような分散関係となる.その還元ブリルアン・ゾーン (Irreducible Brillouin zone: IBZ) を取り出すと上段右図となる.3次元では、下段右図のような fcc 格子の 逆格子の IBZ が描かれ、その分散関係は下段左図のようになる.それぞれの場所と方向に伝統的な名称がつ いている.線の色は、 $(k - k_0)^2$ の分散曲線を、自己サイトを赤  $k_0 = (000)$ 、隣接サイト  $k_0 = (100)$ 、(111) をそれぞれ黒、マゼンタで区別している.

一見複雑に思えるかもしないが、単に1次元の図を3次元に拡張したにすぎない.自由電子では、例えば Alの場合だと1原子あたり3個の電子がこの拡張した軌道を下から順に占める.詰まったところで、フェル ミ準位 *E*<sub>F</sub> が決まる.

#### 2.5 局在電子の分散関係

次に局在した (localized) 電子の分散関係を強束縛近似 (tight binding approximation) から求める. この 辺りの導出は Grosso and Parravicini に詳しく記されている [3]. 原子がたくさん集まってきて固体となるわ けだが,ポテンシャルが深くて,電子がその奥に押し込まれていると隣の電子と弱くしか相互作用できない. 電子の波動関数  $\Phi(k, x)$  として,局在した関数  $\phi_a(x - t_n)$ の線形結合

$$\Phi(k,x) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n} \exp(ikt_n)\phi_a(x-t_n)$$



図5 自由電子のバンド図.上段は一次元,下段は fcc のバンド図とブリリュアンゾーン.

を取る.これは、ブロッホ和とかブロッホ波と呼ばれる.ここで、*t<sub>n</sub>* = *na* は等間隔 *a* で並んだ *n* 番目の位置を表しているとする.この波動関数は周期的ポテンシャルの中での関数の性質を表すブロッホの定理を満たす.局在した関数としては、原子系の d 電子の波動関数を取ると考えて欲しい.こうして得られるバンドのエネルギー分散は

$$E(k) = \langle \Phi(k, x) | H | \Phi(k, x) \rangle$$

で与えられる.この表記は、ハミルトニアンを波動関数で挟んで、空間的に積分することの略記法である.初 めは驚くと思うが、そのうちに記号の意図がわかって、違和感がなくなるので、馴染んで欲しい.

原子軌道の自己相互作用と、隣との相互作用だけがある強束縛近似を仮定して、それぞれの相互作用を

$$\langle \phi_a(x - t_n) | H | \phi_a(x - t_n) \rangle = \alpha$$
$$\langle \phi_a(x - t_n) | H | \phi_a(x - t_{n\pm 1}) \rangle = \beta$$

と取ると,上の式は

$$E(k) = \alpha + 2\beta \cos ka$$

と変形される. この関数は図 4の右上図になる. セルフエネルギー  $\alpha$  の周りの 4 $\beta$  に集中している.

こうして局在した電子がある振動準位 α を中心にしたエネルギー値に広がって存在し、分散関係を作って いることが理解できると思う.局在していた波動関数が空間的に広がると、隣の電子との相互作用が大きくな りハミルトニアンを挟んだ積分値が大きくなって、β の値が大きくなり、それに伴って波数空間での分散も広 がる.

これら自由電子的な波と,局在した波が Cu のバンド図では重なって出ていることに気づいていただきたい.fcc の逆格子上に自由電子的な分散曲線を取ると,図 3の右図で示したようになり,Cu の sp バンドを延長した線と重なっているのが読み取れると思う.

## 2.6 テトラヘドロン法

系の全エネルギー  $E_{\text{total}}$  は、状態密度 n(E) を使って、バンドの底  $E_{b(\text{bottom})}$  あるいはマイナス無限大から  $E_{\text{F}}$  までのエネルギー積分

$$E_{\rm total} = \int_{-\infty}^{E_{\rm F}} En(E) dE$$

で求められる.これをどれだけ正確に求めるかがこの後の主題となる.そこで大事になるのが,バンド図から 状態密度 (DOS) を求めるテトラヘドロン法である.

ここで取り上げている Cu や Al は fcc なので,逆格子は図 5の右図のようになる. ここから対称性の高い 領域を切り出してその体積を細かく切り刻んで行く. それぞれの格子点で縦方向にエネルギーをとって,波 数で積分をして行くのがテトラヘドロン法である. 図 6のようにテトラヘドロン (tetrahedron,四面体)を組 み合わせて領域を効率よく切り刻んで行く. k -点の取り方には,原点となる  $\Gamma$ (Gamma) 点を取るときと, Monkhorst-Pack のオリジナル論文の通りに外すのがある [4]. 自動生成される k -点や積分の重みが変わって くる.



図 6 テトラヘドロンの模式図と k - 点による Al の DOS の変化.

計算対象が金属で精度の高い結果を得るには、滑らかに広がったバンドをうまく積分する必要がある. Fermi, Gaussian とかはそれらを単純にぼかしていて、Methfessel-Paxton が高速化の工夫を提案してくれた [5]. 右図には k -点数をかえてテトラヘドロンの  $\Gamma$  点計算で求めた DOS の様子を示している. VASP では k -点を設定する KPOINTS ファイルで auto と指定すると length(=50,100,150,200 など) で適当に k - 点を生成してくれる. fcc の 1×1×1 のユニットセル 4 原子のモデルで自動生成すると k -点は  $k_x, k_y, k_z$  方向に均等に図中に示した数 ( $n_{kx,ky,kz}$ ) に分割した mesh を生成する. Al の自由電子的なスムースな曲線が length=100 以上でようやく得られていることがわかる.

精密に曲線を再現するには,原則的には k -点の数を増やせば良いのだが,増やしすぎると,それぞれの点 で固有値を計算するため,計算時間が (n<sup>3</sup><sub>k</sub> で)極端に増える.さらに VASP のメモリーエラーのため,初期 設定値を変えて再コンパイルする必要が出るかもしれない.この辺りの情報はネットにたくさんあるので参照 していただきたい.

# 3 注意点と処方箋

### 3.1 欠陥エネルギー計算法

欠陥エネルギー  $\Delta E$  は完全結晶との差で計算される.欠陥を含んだモデルのエネルギーを  $E_{d}$  とすると,

$$\Delta E = E_{\rm d}(n) - n \times E_0$$

である.ここで *E*<sub>0</sub> は凝集エネルギー, すなわち完全結晶での1原子あたりのエネルギー, *n* は欠陥モデルに ふくまれる原子数である.点欠陥の形成エネルギーなどはこれでいいのだが,面欠陥や線欠陥では各々単位面 積・単位長さあたりに換算する.この記事では,面欠陥の代表である粒界エネルギーを例に詳しく説明して いく.

この場合は図 7のようなスラブ (厚板, slab) モデルを使って粒界とみなす. 周期的境界条件を満たすため, 図中左上に示した四角の領域を構成単位として, x,y,z 方向に板が無限に並んでいると考える. 粒界は真ん中 と端の 2 面入っている. 三角形の印は粒界のユニット構造を示す単位 [6] で, これがいくつも存在することが 確認できるであろう. fcc 構造では, 〈100〉方向から見て上下 2 層を繰り返すので, それを白抜きと黒丸で表



図 7 fcc の (100) 対称傾角粒界 Σ13(510) (100) のモデル.

示している.モデルは外部の形状を調整して,内部の原子位置を緩和させて最安定エネルギーを求めている. 右図は EAM 解析と呼んでいる解析法で示したひずみの様子である.これは,第一原理計算の緩和計算で得ら れた原子位置に対して,完全結晶にフィッティングした EAM(Embedded atom method) ポテンシャルを適 用し,局所構造を解析する手法である.赤い領域が膨張環境を,青い領域は収縮環境を意図している.また, その度合いは色の濃さで表現している.粒界に青と赤が交互に並び,粒界の間の領域で比較的色が薄くなって いる,つまり完全結晶に近い環境であることが読み取れる. 問題は *E*<sub>0</sub> をどうやって出すかである.失敗したのはここである.欠陥モデルは小さいと粒界面同士の相互 作用が出てくるので,できるだけ大きなサイズのスラブで計算したい.そうすると reference となる *E*<sub>0</sub> のエ ネルギーがどうなるか,どんなスラブ形状,サイズでも同じなんだろうか,小さな誤差でも原子数 *n* で数百か けて系統的にずれないか,というのがわからなくなってくる

#### 3.2 *E*<sub>0</sub>の計算

 $E_0$  つまり完全結晶のエネルギー値が, k -点の数を変えることによってどのように変わるかを見ていこう.  $E_0$  の k -点数による収束の様子は図 8 の通りである. それぞれの数字は fcc 構造のユニットセルをいくつ重ね ているかを表現している. cubic 1×1×1 はユニットセルである. かっこの中の数字は原子数である. VASP が用意している k -点の自動生成では length でその密度を調整する. k -空間のユニットセルは実空間の逆数 である. スラブモデルは形状がいびつなので, k -点の数もいびつである. 100 以上ではそれぞれのモデルで値 が収束しているが, その収束値はずれている.



図8 Alの種々の完全結晶モデルでのエネルギーの収束性.

粒界エネルギーで model 形状を変えることで、 $E_0$ の影響がどのように出るかをみてみよう.スラブのサイズが変わるために、k-点の数は変化する.これ以降の計算で使った値は、先ほどの完全結晶での収束の様子から、length=100 でのk-点での値である.

図 9に原子サイズによる粒界エネルギーの依存性を示した.  $E_0$  のとり方の違いにより振る舞いがずれて いることが読み取れよう. 粒界の傾角は先ほど示した  $\Sigma 13(510)$  (100) (傾角 22.62°) である. 原子数 40 が そのモデルで求めた粒界エネルギーである. 粒界の間の完全結晶部を増やすことで原子数が増える. 奇数の モデルも作れるが,エネルギー値が大きく振動するので省いている.  $E_0$  の値を 1×1×1 の cubic にとると  $510 \text{mJ/m}^2$  程度の値に収束している. 一方で, 4×2×1 の slab の値を使うと 490 mJ/m<sup>2</sup> ぐらいだがまだ下が りそうな気配である. 比較的 k -点の数が近い 12×3×1 の slab 模型は cubic と近い値に収束している. その 場合は,原子数 40 のモデルが異常値であることを示唆している.

どちらが正しいのだろう. 失礼, 精確なのだろう. それによって解釈が変わってくる. 正解は, 後者のよう



図 9 Al の粒界エネルギーのばらつきの様子.

である. これを確信させてくれるのが Boettger の手法 [7] である.

## 3.3 処方箋

20mJ/m<sup>2</sup> 程度の誤差でよければ上の結果でいいが,もう少し精度よく値を確定させるにはどうするか,あ るいはもっと大きなサイズで計算したらどうなるかが問題である. Boettger の手法をわかりやすく解説した Doll and Harrison の処方箋にしたがって計算してみよう [8]. これは表面エネルギーを精確に見積もるために 考案・利用されてきたものである. 欠陥エネルギーを求めるときに,

$$\Delta E = E_{\rm d}(n) - nE_0 = E_{\rm d}(n) - \{E_{\rm d}(n) - E_{\rm d}(m)\}\frac{n}{n-m}$$
(3)

を使えという.これはどうやって導出されたのか,初見ではわからないだろう.しかし,コンセプトを理解す るとそれほど複雑ではない.記号の意味は後述する.どういう原理か粒界の計算で見ていこう.

図 10の上下に書いた模式図を見ていただきたい.スラブモデルを,赤で示した粒界領域と白で示した完全 結晶領域から構成されると考える.系の原子サイズを増やすのは,完全結晶領域を増やすことに相当して,そ の領域から *E*<sub>0</sub> を見積もることが可能である.そうすると slab モデル特有のいびつな *k* -点の依存性とかも, うまく取り込んで計算できそうである.原子サイズの差を大きくして行ったとして,

$$E_0 = \frac{\frac{E_{\rm d}(40) - E_{\rm d}(38)}{40 - 38} + \frac{E_{\rm d}(38) - E_{\rm d}(36)}{38 - 36}}{2} = \frac{E_{\rm d}(40) - E_{\rm d}(36)}{4}$$

差し引きで途中の項は消えてしまう.n=94 原子のモデルと m=74 原子のモデルを比べると

$$\Delta E = E_{\rm d}(94) - 94E_0 = E_{\rm d}(94) - \{E_{\rm d}(94) - E_{\rm d}(74)\}\frac{94}{94 - 74}$$

という式が得られる.式 (3) をn = 94, m = 74としたのと一致する.

本当にそれで良いのだろうかと訝しむかもしれない.実際に,いくつかのサイズ差 (*n* - *m* = 2,4,10,20) で計算した結果を図 11に示している.2-4 原子程度の差だと振れ幅が大きいが,10 原子や 20 原子の差を使う



図 10 Boettger の手法の模式図と実際のモデルのひずみ表示.



図 11 参照モデルの差による粒界エネルギーの収束性の変化. 左上の n-m=2 以外は y 軸のスケールを揃えている.

といい感じに収束してくれる. もちろん, cubic などの固定した値に比べると揺らいでいるが, 大雑把な収束 先が見て取れる. その収束先は 510mJ/m<sup>2</sup> 程度で, *E*<sub>0</sub> は cubic の値で良さそうである.

この粒界の緩和後の原子配置を EAM 解析で図 10に示している. EAM 解析は図 7のあたりで述べたとお り,膨張と収縮の度合いを示している.上が 74 原子,下が 94 原子のモデルである.見やすくするために周期 的に拡張している.このモデルでは,粒界最近傍の 1 層の原子数は 10 だが,白抜き丸,黒丸で記した上下層 の相対周期までを粒界領域で一致させるためには,2 層 20 個の原子を削る必要がある.粒界の間の色が薄く なっている領域,つまり完全結晶に近い環境になっている領域,が徐々に広がって,欠陥エネルギーが粒界領 域のみから発現しそうなのがわかる.また.図 7の右図に示した通り, n = 40 のモデルでは粒界の間の完全 結晶部に特殊なパターンができて、粒界エネルギーが下がっていることが読み取れる.これはモデルサイズが 小さい時に現れる異常な値と理解できよう.

# 4 まとめ

第一原理計算を始めて 20 年近いんですが,いまだに今回述べたようなところで少なからず失敗しています. こんな手間なことを,全てのモデルに対して行う必要はありませんが,何か新しい対象を扱うときには,どこ かの段階で収束性を確かめることをお勧めします.そうすればどの程度の誤差での議論かというのが認識でき るからです.危険な議論をしないように,そのあたり気に留めておいていただけると幸いです.

この計算コードやデータは github で公開する予定です. 最近色々なところで起こっている不正を避ける取り組みの一つとして同僚の福森氏が行なっている「データも解析も晒そう」プロジェクトの一環です [9]. みなさんの資産に加えていただければ幸いです.

## 5 謝辞

本研究の一部は量子科学技術研究開発機構六ヶ所核融合研究所内の国際核融合エネルギー研究センターの計 算機シミュレーションセンター(IFERC-CSC)にあるスーパーコンピュータシステム JFRS-1 を利用して実施しました.感謝の意を表します.また,ご紹介いただいた核融合科学研究所の伊藤篤史氏にも御礼申し上げます.

# 参考文献

- [1] 西 谷 研 究 室, "は じ め て の vasp 原 理 か ら 使 用 法 , 適 用 例 ま で." https://ist.ksc.kwansei.ac.jp/~nishitani/RecentPublications (2019/3/14 accessed).
- [2] ダニエル・フライシュ and ローラ・キナマン, 波動--カ学・電磁気学・量子力学. 岩波書店, 2016.
- [3] G. グロッソ and G. パラビチニ, 固体物理学 (物理学叢書). 吉岡書店, 2004.
- [4] H. J. Monkhorst and J. D. Pack, "Special points for brillouin-zone integrations," Phys. Rev. B, pp. 5188–92, 1976.
- [5] M. Methfessel and A. T. Paxton, "High-precision sampling for brillouin-zone integration in metals," *Phys. Rev. B*, vol. 40, pp. 3616–21, 1989.
- [6] M. A. Tschopp and D. L. Mcdowell, "Asymmetric tilt grain boundary structure and energy in copper and aluminium," *Phil. Mag.*, vol. 87, pp. 3871–92, 2007.
- [7] J. C. Boettger, "Nonconvergence of surface energies obtained from thin-film calculations," *Physical Review B*, vol. 49, pp. 16798–800, 1994.
- [8] K. Doll and N. Harrison, "Chlorine adsorption on the cu (111) surface," *Chemical Physics Letters*, vol. 317, pp. 282–9, 2000.
- [9] S. Fukumori, S. Aoyagi, and T. Kitamura, "Histreet journal「シチズンサイエンスのシンポジウムと再 現性問題のワークショップ」," ヒューマンインタフェース学会誌, vol. 20, no. 4, pp. 39–40, 2018.