

## 情報科学科 数式処理実習ペア試験問題

全部で3問(×2). 資料を参考にして以下の問題を Maple で解き, 出力して提出せよ. 60 点以上が合格. 何番をやっているかが分かるようにせよ.

1. (a) パラメトリックプロットと微分 (15 点)

資料を参考にして次の関係を満たすグラフを  $t = -2\pi..2\pi$  でプロットせよ. さらに,  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ. 結果は  $t$  の関数のままでよい<sup>1</sup>.

$$\begin{aligned}x &= \cos(t) + t \sin(t) \\y &= \sin(t) - t \cos(t)\end{aligned}$$

(b) 直交関数系の積分 (15 点)

以下の関数  $f_{1,1}, f_{2,3}$  を  $x = -\pi..pi$  でプロットし, さらにその範囲で積分せよ.

$$\begin{aligned}f_{1,1} &= \sin x \sin x \\f_{2,3} &= \sin 2x \sin 3x\end{aligned}$$

さらに, 以上の結果を一般化すると

$$F_{n,m} = \int_{-\pi}^{\pi} \sin nx \sin mx \, dx = \begin{cases} \pi & (n = m) \\ 0 & (n \neq m) \end{cases}$$

が成立する. その理由をプロットから定性的に説明せよ. ただし,  $n = m$  で定量的に  $\pi$  になることの説明を解として求めているのではない.

2. (a) 同時対角化 (15 点)

実対称行列  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  について,

- i.  $\mathbf{AB} = \mathbf{BA}$  を確かめよ.
- ii.  $\mathbf{A}, \mathbf{B}$  を直交行列  $\mathbf{P}$  によって同時に対角化せよ<sup>2</sup>.

(b) 2次形式 (15 点)

2次形式

$$f = 3x_1^2 + 2x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3$$

を行列  $\mathbf{P} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$  によって変数変換せよ<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>寺田・坂田, 「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.19, 問題 10.1(2).

<sup>2</sup>寺田・木村, 「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.117, 例題 3, 問題 3.1

<sup>3</sup>寺田・木村, 「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.119, 例題 4 改, p.120 5.1(a)

3. (a) (10点) 定数  $a, b, c$  は,  $a + b + c = 1$ ,  $ab + bc + ca = -2$ ,  $abc = -1$  を満たすとする.

i.  $a^2 + b^2 + c^2 = \boxed{\text{ア}}$ ,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \boxed{\text{イ}}$  である.

次に,  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \boxed{\text{イ}}$  の両辺を 2 乗することで

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \boxed{\text{ウ}}$$

であることがわかる.

- ii.  $x$  の 2 次式  $A$  を

$$A = \left(ax - \frac{1}{a}\right)^2 + \left(bx - \frac{1}{b}\right)^2 + \left(cx - \frac{1}{c}\right)^2$$

とおく.

$$A = \boxed{\text{エ}}x^2 - \boxed{\text{オ}}x + \boxed{\text{カ}}$$

であり,  $A = 7$  を満たす  $x$  の値は  $\frac{\boxed{\text{キ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$  である<sup>4</sup>.

- (b) (30点) 問 3-(a) において,  $a + b + c = 1.1$ ,  $ab + bc + ca = -2.2$ ,  $abc = -1.1$  を満たすと読み替えて,  $\boxed{\text{ア}}$  から  $\boxed{\text{コ}}$  を求めよ. ただし数値を変えたので,

$\boxed{\text{ア}}$  等には箱にこだわらず, 小数が入る. さらに,  $\frac{\boxed{\text{キ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{クケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$  は浮

動小数点数 2 個となる.