Table of Contents

fsolveの課題

file:/Users/bob/Github/TeamNishitani/jupyter_num_calc/fsolve

https://github.com/daddygongon/jupyter_num_calc/tree/master/notebooks_py

22/10/14 チーム西谷滋人　40009 西谷滋人

関数 $\exp(-x) = x^2$ の解を二分法(bisection)とNewton法で求めて，収束性を比較する

準備

関数のdefと微分，plotで確かめておく． plotには，matplotlib.pyplotを使う．また， 数値計算に向いたlibraryのnumpyを入れておく． 数式処理での微分のためにsympyを入れておく．

関数の微分は以下の通りにできる

In [1]:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

from sympy import *

x = symbols('x')


def func(x):
    return exp(-x)-x**2

def df(x):
    return diff(func(x), x)

print(df(x))
```

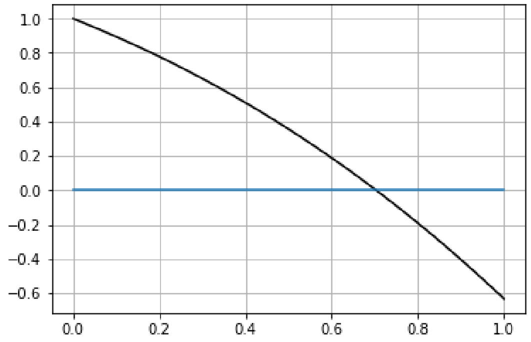
```
-2*x - exp(-x)
```

plotのdataはnumpyで用意する． その際に，exp関数としてnumpyのexp関数を使わないとエラーがでるので，def内ではnp.expと明示している． 関数によっては解の範囲x0,x1を変更しなければならない．

In [2]:

```
def func(x):
    return  np.exp(-x)-x**2
def df(x):
    return  -2*x - np.exp(-x)

x0=0.0
x1=1.0
x = np.linspace(x0, x1, 101)
y = func(x)
plt.plot(x, y, color = 'k')
plt.plot([x0,x1],[0,0])
plt.grid()
plt.show()
```



pythonが用意している標準的な解法によって解(x0)をえておく． fsolveはarray構造を返すので， 値として取り出すために[0]を指定している．

In [4]:

```
from scipy.optimize import fsolve
x0 = fsolve(func, 0.0)[0]
x0
```

Out[4]: 0.70346742249839178

bisection法

二分法(bisection)での解． list_bisecというarrayを用意しておき，それに値を追加(append)していく．

In [5]:

```
x1, x2 = 0.0, 1.0
f1, f2 = func(x1), func(x2)
print('%+15s %+15s %+15s %+15s'  % ('x1','x2','f1','f2'))
print('%+15.10f %+15.10f %+15.10f %+15.10f' % (x1,x2,f1,f2))

list_bisec = [[0],[abs(x1-x0)]]
for i in range(0, 20):
    x = (x1 + x2)/2
    f = func(x)
    if (f*f1>=0.0):
        x1, f1 = x, f
        list_bisec[0].append(i)
        list_bisec[1].append(abs(x1-x0))
    else:
        x2, f2 = x, f
        list_bisec[0].append(i)
        list_bisec[1].append(abs(x2-x0))

    print('%+15.10f %+15.10f %+15.10f %+15.10f' % (x1,x2,f1,f2))
```

```
list_bisec
print()
```

```
       x1           x2           f1           f2
+0.0000000000 +1.0000000000 +1.0000000000 -0.6321205588
+0.5000000000 +1.0000000000 +0.3565306597 -0.6321205588
+0.5000000000 +0.7500000000 +0.3565306597 -0.0901334473
+0.6250000000 +0.7500000000 +0.1446364285 -0.0901334473
+0.6875000000 +0.7500000000 +0.0301753280 -0.0901334473
+0.6875000000 +0.7187500000 +0.0301753280 -0.0292404858
+0.7031250000 +0.7187500000 +0.0006511313 -0.0292404858
+0.7031250000 +0.7109375000 +0.0006511313 -0.0142486319
+0.7031250000 +0.7070312500 +0.0006511313 -0.0067872536
+0.7031250000 +0.7050781250 +0.0006511313 -0.0030651888
+0.7031250000 +0.7041015625 +0.0006511313 -0.0012063109
+0.7031250000 +0.7036132812 +0.0006511313 -0.0002774104
+0.7033691406 +0.7036132812 +0.0001869053 -0.0002774104
+0.7033691406 +0.7034912109 +0.0001869053 -0.0000452413
+0.7034301758 +0.7034912109 +0.0000708348 -0.0000452413
+0.7034606934 +0.7034912109 +0.0000127975 -0.0000452413
+0.7034606934 +0.7034759521 +0.0000127975 -0.0000162218
+0.7034606934 +0.7034683228 +0.0000127975 -0.0000017121
+0.7034645081 +0.7034683228 +0.0000055427 -0.0000017121
+0.7034664154 +0.7034683228 +0.0000019153 -0.0000017121
+0.7034673691 +0.7034683228 +0.0000001016 -0.0000017121
```

newton法

list_newtonに追加していく.

In [8]:
```
x1 = 1.0
f1 = func(x1)
list_newton = [[0],[x1]]
print('%-15.10f %+24.25f' % (x1,f1))
for i in range(0, 4):
   x1 = x1 - f1 / df(x1)
   f1 =func(x1)
   print('%-24.25f %+24.25f' % (x1,f1))
   list_newton[0].append(i)
   list_newton[1].append(abs(x1-x0))

list_newton
print()
```

```
1.0000000000   -0.6321205588285576659757226
0.7330436052454454287641283 -0.0569084480040253914978621
0.7038077863241329890087172 -0.0006473915387465445370196
0.7034674683317975185659066 -0.0000000871660306156485376
0.7034674224983924473164620 -0.0000000000000014988010832
```

plot

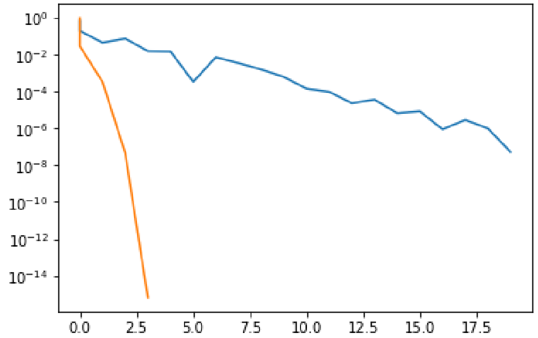
bisection法とnewton法による収束の様子をplotする. plt.yscale('log')でy軸を対数目盛りにすると見やすい.

In [9]:
```
import matplotlib.pyplot as plt

X = list_bisec[0]
Y = list_bisec[1]
plt.plot(X, Y)

X = list_newton[0]
Y = list_newton[1]
plt.plot(X, Y)

plt.yscale("log") # y軸を対数目盛に
plt.show()
```



Newton法の方が圧倒的に速く正しい解に収束している. 例えば, 青線で示した分割(bi section)法では, ステップ数が0回から五回になるにつれて, 10^{-1}から10^{-2}程度にしか正解に近づいていない. しかし, 赤線でしましたNewton法では一度のステップで一桁から２桁精度が上がっている.