

数値計算

2018/12/21 実施
(西谷@関学・理工・情報科学)

[1] (簡単な行列計算:20 点)

次の行列 $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ の逆行列 (matrix inverse) A^{-1} を求めよ。また、ドット演算 $A^{-1} \cdot A$ により単位行列 (eye) が得られることを code で確認せよ。

[2] (数値解の収束性:20 点)

次の関数

$$f(x) = -4 \exp(-x) + 2 \exp(-2x)$$

は図 1 に示す通り、解 $-\ln(2)$ を持つ。二分法と Newton 法によって数値解を求めよ。二分法の初期値は $x = -1.0$, Newton 法の初期値は $x = -1$ とし、繰り返しは 10 回程度で求めよ。収束の様子を片対数 (logplot) で同時にプロットせよ。

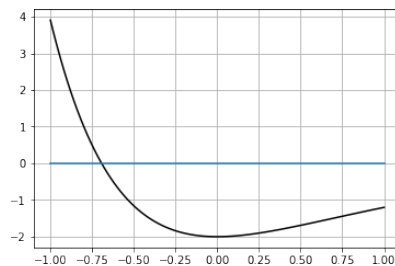


図 1 関数 $f(x)$ の plot.

与関数 $f(x)$ の微分は

```
def df(x):  
    return 4*np.exp(-x) - 4*np.exp(-2*x)
```

で与えられる。

[3] (精度, 誤差:20 点) 大きな数どうしのわずかな差は, 丸め誤差にとくに影響を受ける。

1. $3.1415 - 3.1234$ を有効数字がそれぞれ 5 桁, 4 桁, 3 桁, 2 桁で計算した結果を示せ。
2. 同様に, $0.80000 / (3.1415 - 3.1234)$ を有効数字がそれぞれ 5 桁, 4 桁, 3 桁, 2 桁で計算した結果を示せ。

(E. クライツィグ著「数値解析」(培風館,2003), p.10, 問題 1.1-3 改)

[4] (最小二乗法:20 点) 次のデータにフィットした二次関数を求め、データと同時に plot せよ.

```
import numpy as np

aa = np.array([[ -2.0, -561.78952],
               [ -1.0, -564.14261],
               [  0.0, -565.47273],
               [  1.0, -565.85113],
               [  2.0, -565.36457]])

at = np.transpose(aa)
print(at)
```

[5] (常微分方程式:20 点)

空気抵抗のある、重力中の雨粒の落下を考える。空気抵抗は、テキストにある通り、速度に比例するとして、その係数を規格化された値で 1.0 とする。重力加速度 $g=9.8[\text{m}/\text{sec}^2]$ として、地上 1000m から $0.0 [\text{m}/\text{sec}]$ の初速で落下する雨粒の動きを Euler 法で求め、軌跡と速度を時間に対してプロットせよ。時間の刻み幅 $dt=0.1[\text{sec}]$ 程度をとれ。だいたいなん秒後に地面に着くか？またその時の速度はいくらか？

ちなみに、大きな雨粒だと時速 25~35km 程度になることが知られている。さらに、テキストを copy & paste すると plot が表示されないかもしれない。

`%matplotlib inline`

を code の先頭で読み込ませよ。