

# 数値計算試験問題

2024/07/10 実施

cc by Shigeto R. Nishitani 2024

## 1 簡単な行列計算:25点

次の行列  $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  の固有値と固有ベクトルを求めよ。

また、固有ベクトルで構成される対角化行列  $P$  を用いて、ドット演算により  $P^{-1} \cdot A \cdot P$  が対角化されることを確かめよ。

## 2 Gauss-Seidelの収束性:25点

初期値を  $[0, 0, 0]^t$  とし、 $A(tt)x = b$  にガウス・ザイデルによる連立一次方程式の反復解法プログラムを適用する。ただし、

$$A(tt) = \begin{pmatrix} 1 & tt & tt \\ tt & 1 & tt \\ tt & tt & 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (1)$$

である。  $tt = 0.25, 0.5, 0.75$  に対して有効数字6桁の解を得るための反復回数を求めよ。

(E.クライツィグ著「数値解析」(培風館,2003), p.89, 問題2.3-9)

## 3 家の価格

回帰モデルとして、家の売却価格の予測を行う。家の特徴量として、 $x$ : 家の面積  $y$ : 寝室の数をとり、 $z$ : 家の売却価格 とすると、5軒の家の表は次のようになる。

| 家番号 | x:面積  | y:寝室数 | z:売却価格 | 予想価格   |
|-----|-------|-------|--------|--------|
| 1   | 0.846 | 1     | 115    | 120.52 |
| 2   | 1.324 | 2     | 234.5  |        |
| 3   | 1.150 | 3     | 198    |        |
| 4   | 3.037 | 4     | 528    |        |
| 5   | 3.084 | 5     | 572.5  |        |

2次元曲面のフィッティングを参考にして、

$$z = a_0 + a_1x + a_2y$$

の平面にフィッティングして、予想価格を求めよ。(ステファン・ボイド, リーヴェン・ヴァンデンベルグ「スタンフォードベクトル・行列からはじめる最適化数学」講談社2021年, c2 pp60-2)

## 4 ページランク改(感染症の推移):25点

ページランクの元になった線形動的システムの代表例である単純な感染症モデルを考える。実際の感染症(例えばcovid19)では成り立たなかったのですが、この問題では単純モデルを仮定します。未感染, 感染中, 回復(免疫あり)と死亡の4種の状態がある。これらの状態にある人には、毎日次のことが起こると仮定する。

- 未感染の人の5%がこの病気にかかる
  - 残りの95%は未感染のままである。
- 感染している人のうち
  - 1%が死亡する
  - 10%が回復して免疫を持ち
  - 4%は回復するが免疫を持たない(未感染の状態に戻る)
  - 残りの85%は感染状態のままである

なお回復して免疫を持った人と、死亡した人はそのままの状態にとどまり続ける。未感染, 感染中, 回復(免疫あり)と死亡のそれぞれ  $i$  日目の状態の人の割合を  $x_i$  ベクトルで表す。  $i + 1$  日目の状態ベクトル  $x_{i+1}$  は、

$$x_{i+1} = \begin{pmatrix} 0.95 & 0.04 & 0 & 0 \\ A & B & 0 & 0 \\ 0 & 0.10 & 1 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 1 \end{pmatrix} x_i \quad (2)$$

という関係で表される

### (1) 遷移行列の完成

A,Bに入る数値は何か?

### (2) 手計算

初日の状態を

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

とすると2日目および3日目はどうなるか?

### (3) loopあるいは...

200日目はどういう状態に落ち着くか？

初日から200日目までの、状態の変化をプロットしてください。ボーナスで10点プラスします。

(ステファン・ボイド, リーヴェン・ヴァンデンベルグ 「スタンフォード ベクトル・行列 から始める 最適化数学」 講談社 2021年)