

情報科学科 数式処理演習試験問題

以下の問題を Maple で自力で解き、出力して提出せよ。80 点以上が合格。何番をやっているかが分かるようにせよ。

1. (a) $\cos 2x - \cos^2 x$ を微分せよ。(10 点)
 (b) $\sqrt{\frac{x^2-1}{x^2+1}} + 1$ を $x=-10..10$ で plot せよ。(10 点)
2. (a) $\int \frac{1}{e^{2x} - 2e^x} dx$ を求めよ。(10 点)
 (b) $\int_1^2 x^n \ln(x) dx$ を求めよ。(10 点)
3. (a) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ の逆行列を求めよ。(10 点)
 (b) 行列 $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ。また、各固有ベクトルが互いに直交していることを確かめよ。(10 点)

4. a, b を定数とし、 $a \neq 0$ とする。2 次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする。

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり、グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} a}, \frac{-\left(\boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}} a} \right)$$

である (2008 年度大学入試センター試験数学 I より抜粋)。これらの結果を Maple で求めよ。(20 点)

5. ドリーン・アンドリカは、 n 番目の素数を p_n とすると、すべての n に対して $\sqrt{p_{n+1}} - \sqrt{p_n} < 1$ が成立すると予想している。 n を 1000 未満としたとき、最も大きな差は $\sqrt{11} - \sqrt{7} = 0.670873\dots$ であり、確かに 1 を下回っている。このことを確かめるプログラムを作れ。(20 点)

ヒント： i 番目の素数は `ithprime(i)` で求められる。