・解き方 ×　Ker・核・次元
具象　・計算 → 検算　像
・概念　抽象

線形代数　演習-I

22/9/29
的 ~~五~~ 公・関学

・代数方程式　$ax = b$

$x = a^{-1} b$

$a = 0$

$0x = b$ … $b = 0$　xはなんでもOK　不定

$b \neq 0$　OUT　不能　あるはず

・連立方程式

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + 4y = 18 \end{cases}$$

$$A \cdot x = b$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 18 \end{pmatrix}$$

拡大係数行列　　定数項b

$|A| = 0$

Irregular

$A^{-1} A \cdot x = A^{-1} b$

$\mathbb{I}$

$x = \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

・掃き出し → 逆行列 → 検算？

$$\begin{array}{c|cc|c} ① & 1 & 1 & 5 \\ ② & 2 & 4 & 18 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc|c} ① & 1 & 1 & 5 \\ ② & 0 & 2 & 8 \end{array}$$

③ ②′ = ② − ① ×2

① − ②″ ←

④ ②″ = ②′/2

$$\begin{array}{c|cc|c} & 1 & 0 & 1 \\ & 0 & 1 & 4 \end{array}$$

⑤

前進消去 →　← 後退代入

$$\begin{array}{c|cc|cc} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 2 & 4 & 0 & 1 \end{array}$$

単位行列

$$\begin{array}{c|cc|cc} & 1 & 1 & 1 & 0 \\ ② & 0 & 2 & -2 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc|cc} & 1 & 0 & 2 & -\frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & -1 & \frac{1}{2} \end{array}$$

A^{-1}

$A \cdot A^{-1} = \mathbb{I}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-1 & -\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \\ 4-4 & -1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

・グラフによる解

$-x + x + y = 5$

$y = -x + 5$

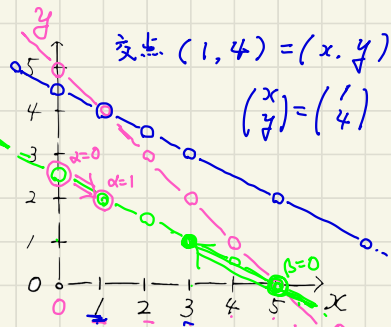
$2x + 4y = 18$

$4y = -2x + 18$

$y = -\frac{2}{4}x + \frac{18}{4}$

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

(4.5)



交点 $(1, 4) = (x, y)$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

$x = \alpha + 0$

$y = -\frac{1}{2}\alpha + \frac{5}{2}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} \alpha + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$

irregular

・Aが正則でない

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 5 \\ 2x + 4y &= 10 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{x + 2y = 5}$$

この連立方程式の解？

$y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

$x = -2\beta + 5$

パラメータ表示

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} \beta + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\beta = 0$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix}$　　$\beta = 1$: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$