

情報工学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 表現行列を $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ とする写像によって, 図1の丸で示した8点はどこへ写像されるか? 解答用紙に図1を書き写して写像前後の点をプロットせよ. また, この写像の核 $\text{Ker}(\text{Kernel})$ の基底を求めよ. (20点)

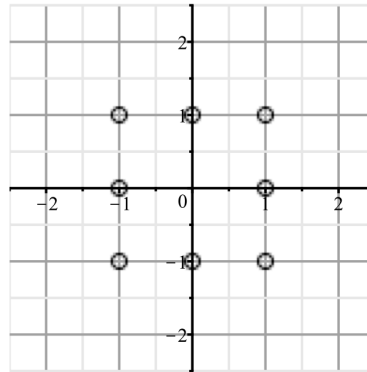


図 1: 写像プロット.

2. $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3; 2x_1 - 2x_2 - x_3 = 0, x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0\}$ の直交補空間 V^\perp を求めよ. (20点)
3. \mathbf{R}^3 のベクトル $\mathbf{a} = (-2, 1, 2)$, $\mathbf{b} = (2, -4, 2)$ を, ベクトル $\mathbf{a}_1 = (1, -1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (-1, -3, -1)$ の一次結合で表せ. (20点)
4. 次の行列の固有値とそれに対する固有空間を求めよ. (20点)

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -3 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ とする. \mathbf{R}^4 から \mathbf{R}^3 への線形写像 f を $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ で与えるとき, f の $\text{Im}f$ および $\text{Ker}f$ の次元と 1 組の基底を求めよ. (20点)