

情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 表現行列を $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$ とする写像 f によって, 図1の丸で示した5点はどこへ写像されるか? 解答用紙に図1を書き写して写像前後の点をプロットせよ. また, この写像の核 $\text{Ker}(\text{Kernel})$ はどこになるか? (20点)

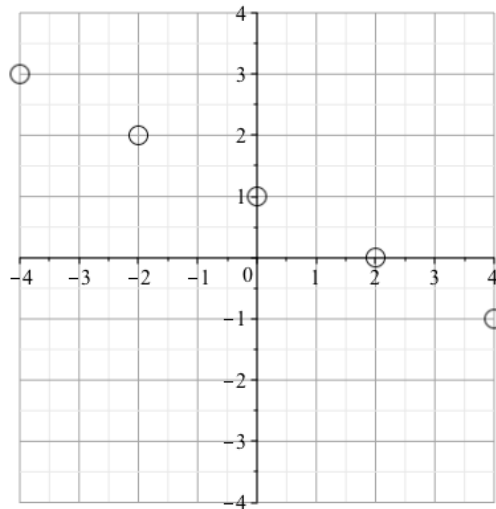


図 1: 写像プロット.

2. つぎの連立1次方程式を解け. (20点)

$$\begin{cases} -3x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = -11 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 - x_4 + 8x_5 = 9 \\ 2x_1 - 4x_2 - x_3 + x_4 + 7x_5 = 8 \end{cases}$$

3. \mathbb{R}^3 のベクトル $\mathbf{a} = (1, -1, 3)$, $\mathbf{b} = (-2, 2, 1)$ を, ベクトル $\mathbf{a}_1 = (1, -2, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, 3, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (1, -4, -3)$ の一次結合で表せ. (20点)
4. $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbf{R}^3; 3x_1 - x_2 + x_3 = 0, x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$ の直交補空間 V^\perp を求めよ. (20点)
5. 次の行列の固有値とそれに対する固有空間を求めよ. (20点)

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -4 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$