

情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ を考える. A を表現行列とする写像によって図1の丸で示した8点はどこへ写像されるか? 解答用紙に図1を書き写して写像前後の点をプロットせよ.

また, この行列を表現行列としてもつ線形写像 f の $\text{Im}f$ および $\text{Ker}f$ の次元と一組の基底を求め, 図示せよ. (20点)

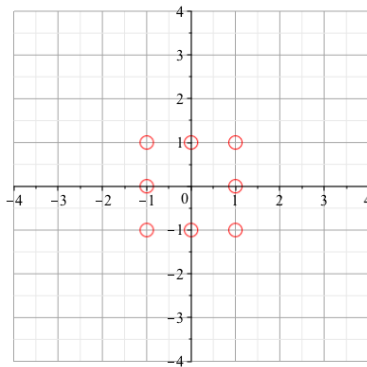


図1: 写像プロット.

2. つぎの連立1次方程式を解き, 一般解を「特殊解と同伴な同次連立1次方程式の基本解の1次結合の和」の形で表せ. (20点)

$$\begin{cases} x - y - z + 2u = 0 \\ -x + y + 2z - 2u = 2 \\ x - y - 2z + 2u = -2 \\ x - y - 5z + 2u = -8 \end{cases}$$

3. \mathbb{R}^3 のベクトル $\mathbf{a} = (5, -1, 4)$, $\mathbf{b} = (6, 2, 1)$ をベクトル $\mathbf{a}_1 = (1, -1, 2)$, $\mathbf{a}_2 = (1, 1, -1)$, $\mathbf{a}_3 = (3, 1, 0)$ の一次結合で表せ. (20点)
4. $V = \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3; 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, x_1 - 2x_2 + x_3 = 0\}$ の直交補空間 V^\perp を求めよ. (20点)

5. 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -3 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ が対角化可能ならば変換の行列を求めて対角化せよ. (20点)