

情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. (p.25 2.3-例題 5) つぎの連立 1 次方程式を解き, 一般解を「特殊解と同伴な同次連立 1 次方程式の基本解の 1 次結合の和」の形で表せ. (25 点)

$$\begin{cases} x - 3y - z + 2u = 3 \\ -x + 3y + 2z - 2u = 1 \\ -x + 3y + 4z - 2u = 9 \\ 2x - 6y - 5z + 4u = -6 \end{cases}$$

2. (p.53 4.3-Ex9) \mathbf{R}^3 において $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 0)$, $\mathbf{a}_2 = (2, 0, -1)$ で生成される部分空間を U , $\mathbf{b}_1 = (-1, 1, 1)$, $\mathbf{b}_2 = (0, 1, 2)$ で生成される部分空間を V とするとき, 交わり $U \cap V$ および和 $U + V$ を求めよ. (25 点)

3. (p.73 例題 4) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ の各固有値に対する標数と一般固有空間を求めよ. (25 点)

4. (2017 年大学院入学試験問題) \mathbf{R}^3 から \mathbf{R}^2 への線形写像 f によって

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 = (1, 1, 0) &\mapsto \mathbf{b}_1 = (0, 0) \\ \mathbf{a}_2 = (1, 0, 1) &\mapsto \mathbf{b}_2 = (2, -4) \\ \mathbf{a}_3 = (1, 0, 0) &\mapsto \mathbf{b}_3 = (1, -2) \end{aligned}$$

と写像される.

- (a) (p.94 例題 2) f の表現行列を求めよ.
 (b) $f(\mathbf{a}_2 + \mathbf{a}_3)$ が $\mathbf{b}_2 + \mathbf{b}_3$ と一致することを確認せよ.
 (c) (p.97 6.2-4.1(a)) f の $\text{Im} f$ および $\text{Ker} f$ のそれぞれの次元と 1 組の基底を求めよ.

(25 点)