

情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ を考える. A を表現行列とする写像によって点 $(1, 0), (-1, 1)$ はどのような点に写されるかを座標平面を書いて図示せよ.

また, この行列を表現行列としてもつ線形写像 f の $\text{Im}f$ および $\text{Ker}f$ の次元と一組の基底を求め, 座標平面に図示せよ. (20 点)

2. 次の連立 1 次方程式を解け. (20 点)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 2x_1 - x_3 - 6x_4 + 6x_5 = 0 \\ -3x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 5x_4 - 8x_5 = -4 \end{cases}$$

3. \mathbb{R}^3 のベクトル $\mathbf{a} = (1, -11, 8)$, $\mathbf{b} = (1, -3, 3)$ をベクトル $\mathbf{a}_1 = (2, -2, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, 1)$, $\mathbf{a}_3 = (4, 0, -1)$ の一次結合で表せ. (20 点)

4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ のとき $A^4 - 6A^3 + 9A^2 - A - 3E$ を求めよ. (20 点)

5. $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -3 \\ -4 & 5 & 6 \\ 4 & -7 & -8 \end{pmatrix}$ の固有値とそれに対する固有空間を求めよ. (20 点)