

### 情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  を考える.  $A$  を表現行列とする写像によって点  $(1, 1), (-1, 1)$  はどのような点に写像されるかを座標平面を書いて図示せよ.  
また, この行列の固有値と固有ベクトルを求め, 図示せよ. (20 点)

2.  $\mathbb{R}^n$  のベクトル  $a, b, c$  が 1 次独立のとき,  $-a + 2b + c, 2a - 2b + c, a + 2b + 2c$  は 1 次独立であるかどうか調べよ. (20 点)

3. 同次連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x & & +z & +u & = 0 \\ x & +2y & +z & +3u & = 0 \\ & 2y & & +2u & = 0 \\ x & +3y & +z & +4u & = 0 \end{cases}$$

の解全体のつくる  $\mathbb{R}^4$  の部分空間  $V$  の次元と 1 組の基底を求めよ. (20 点)

4.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & -\frac{2}{3} \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$  の固有値とそれに対する固有空間を求めよ. (20 点)

5.  $\mathbb{R}^3$  から  $\mathbb{R}^3$  への写像

$$f : (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_2, -x_3, x_1)$$

が線形写像であるかどうか調べ, 線形写像ならば対応する表現行列を求めよ. (20 点)