

## 情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$  を考える.  $A$  を表現行列とする写像によって点  $(-1, 0), (0, 1)$  はどのような点に写像されるかを座標平面を書いて図示せよ.  
また, この行列を表現行列としてもつ線形写像  $f$  の  $\text{Im}f$  および  $\text{Ker}f$  の次元と一組の基底を求め, 図示せよ. (20 点)
2. 行列式  $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$  において, (2,3) 成分  $-2$  の余因数  $A_{23}$  を求めよ. また, 第 3 列で余因数展開することにより,  $D$  の値を求めよ. (20 点)
3.  $\mathbb{R}^3$  のベクトル  $\mathbf{a} = (4, 0, -1)$ ,  $\mathbf{b} = (-2, 1, 1)$  をベクトル  $\mathbf{a}_1 = (2, -2, 1)$ ,  $\mathbf{a}_2 = (-1, -1, 1)$ ,  $\mathbf{a}_3 = (-5, 3, -1)$  の一次結合で表せ. (20 点)
4. 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  が対角化可能ならば変換の行列を求めて対角化せよ.  
(20 点)
5.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$  とする.  $\mathbb{R}^4$  から  $\mathbb{R}^3$  への線形写像  $f$  を  $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  で与えるとき,  $f$  の  $\text{Im}f$  および  $\text{Ker}f$  の次元と 1 組の基底を求めよ. (20 点)