

## 情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$  を考える.  $A$  を表現行列とする写像によって点  $(1, 0), (0, 1)$  はどのような点に写像されるかを座標平面を書いて図示せよ.

また, この行列を表現行列としてもつ線形写像  $f$  の  $\text{Im}f$  および  $\text{Ker}f$  の次元と一組の基底を求め, 図示せよ. (20 点)

2. 行列式  $D = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \\ -4 & 5 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$  において,  $(2,3)$  成分  $-2$  の余因数  $A_{23}$  を求めよ. また,

第 3 列で余因数展開することにより,  $D$  の値を求めよ. (20 点)

3. 同次連立 1 次方程式

$$\begin{cases} x - 3y - z + 2u = 0 \\ -x + 3y + 2z - 2u = 0 \\ -x + 3y + 4z - 2u = 0 \\ 2x - 6y - 5z + 4u = 0 \end{cases}$$

の解全体のつくる  $\mathbb{R}^4$  の部分空間  $V$  の次元と 1 組の基底を求めよ. (20 点)

4. グラム・シュミットの直交化法により, 次のベクトルから  $\mathbb{R}^3$  の正規直交基底を作れ. (20 点)

$$\mathbf{x}_1 = (1, 1, 1), \mathbf{x}_2 = (0, 1, 0), \mathbf{x}_3 = (-1, 1, 0)$$

5.  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  のとき  $A^4 - 6A^3 + 9A^2 - 2A - 9E$  を  $A$  と  $E$  で表わせ. (20 点)