

情報科学科 数式処理実習ペア試験問題

全部で5問です。資料を参考にして以下の問題を Maple で解き、出力して提出せよ。80点以上が合格。何番をやっているかが分かるようにせよ。

1. (a) (10点) 次の関数の導関数を求めよ¹。

$$y = \cos^{-1} \frac{4 + 5 \cos x}{5 + 4 \cos x}$$

- (b) (15点) 資料を参考にして次の関係から $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。結果は t の関数のままでよい²。

$$\begin{aligned} x &= \frac{3t}{1+t^3} \\ y &= \frac{3t^2}{1+t^3} \end{aligned}$$

2. (a) (10点) $\frac{1-2\cos x}{5-4\cos x}$ を積分せよ³。

- (b) (15点) 資料を参考にして次の広義の2重積分を求めよ⁴。

$$\iint_D \frac{dx dy}{(x+y)^{3/2}} \quad (D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1)$$

3. (a) (10点) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ を対角化せよ⁵。

- (b) (15点) $A = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ として、 AB を計算する

$$\text{ことにより, } |AB| = \begin{vmatrix} c+b & -c+b & c-b \\ -c+a & c+a & c-a \\ -b+a & b-a & b+a \end{vmatrix} \text{ を求めよ }^6.$$

¹寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.18, 問題 9.2(2).

²寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.19, 問題 10.1(2).

³寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.42, 問題 5.1(2).

⁴寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.95, 問題 6.1(2).

⁵寺田・木村,「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.78, 例題 8

⁶寺田・木村,「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.39, 問題 10.1b 改

4. (5点)

a, b, c を定数とし, $a > 0$ とする. x の2次関数

$$y = ax^2 + bx + c \quad (1)$$

は, $x = -1$ のとき $y = 4, x = 2$ のとき $y = 7$ であるとする.

b, c を a で表すと

$$b = \boxed{\text{ア}}a + \boxed{\text{イ}}, c = \boxed{\text{ウエ}}a + \boxed{\text{オ}}$$

である. (1) のグラフの頂点の座標を (p, q) とすると

$$p = \frac{a - \boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}a}, q = \frac{\boxed{\text{クケ}}a^2 + \boxed{\text{コサ}}a - \boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}a}$$

である.

(a) $a = 2$ のとき, (1) のグラフを x 軸方向に $\boxed{\text{セソ}}$, y 軸方向に $\boxed{\text{チツ}}$ だけ
 $\boxed{\text{タ}}$ $\boxed{\text{テ}}$
 平行移動すると, $y = 2x^2$ のグラフに一致する.

(b) (1) のグラフが y 軸に関して対称になるとき, 頂点の y 座標は $\boxed{\text{ト}}$ である.

(c) 関数 (1) の最小値が 0 であるとする

$$a = \frac{\boxed{\text{ナニ}} \pm \boxed{\text{ヌ}} \sqrt{\boxed{\text{ネ}}}}{\boxed{\text{ノ}}}$$

である.

(d) $1 \leq x \leq 2$ における関数 (1) の最小値が 0 であるとする

$$a = \boxed{\text{ハ}}$$

である.

5. (20点) 大問 4. において, 関数 $f(x)$ の通過する点を $x = -1$ のとき $y = 4, x = 2$ のとき $y = 6.5$ であると読み替えて問題を解け. ただし数値を変えたので, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{ウエ}}$ 等には箱にこだわらず, 小数が入る.