

情報科学科 数式処理実習試験問題

資料を参考にして以下の問題を Maple で解き，出力して提出せよ．80 点以上が合格．何番をやっているかが分かるようにせよ．

1. (a) 次の関数の導関数を求めよ¹．(10 点)

$$\sqrt{x^2 + 1} \sqrt[3]{x^3 + 1}$$

- (b) 資料を参考にして次の関係から $\frac{dy}{dx}$ を求めよ．結果は t の関数のままでよい²．(15 点)

$$\begin{aligned} x &= a \cos^3 t \\ y &= a \sin^3 t \quad (a > 0) \end{aligned}$$

2. (a) $\frac{1}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}$ を積分せよ³．(10 点)

- (b) 資料を参考にして次の広義の 2 重積分を求めよ⁴．(15 点)

$$\iint_D \frac{dx dy}{(y-x)^{1/3}} \quad (D: 0 \leq x \leq y \leq 1)$$

3. (a) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -7 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ を対角化せよ⁵．(10 点)

- (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ として， BA を計算することにより，
 $\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix}$ を求めよ⁶．(15 点)

4. 関数 $f(x)$ は

$$\begin{aligned} x \leq 3 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= x \\ x > 3 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= -3x + 12 \end{aligned}$$

で与えられている．このとき， $x \geq 0$ に対して，関数 $g(x)$ を

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

と定める．

¹寺田・坂田「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.18, 問題 9.1(3).

²寺田・坂田「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.19, 問題 10.1(1).

³寺田・坂田「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.42, 例題 5(2).

⁴寺田・坂田「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.95, 問題 6.1(1).

⁵寺田・木村「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.78, 問題 8.1b

⁶寺田・木村「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.39, 問題 10.1a

(a) $0 \leq x \leq 3$ のとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり, $x \geq 3$ のとき

$$g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \boxed{\text{エオ}}x - \boxed{\text{カキ}}$$

である.

(b) 曲線 $y = g(x)$ を C とする. C 上の点 $P(a, g(a))$ (ただし, $0 < a < 3$) における C の接線 l の傾きは $\boxed{\text{ク}}$ であるから, l の方程式は

$$y = \boxed{\text{ク}}x - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}a^2$$

である.

(c) l と x 軸の交点を Q とすると Q の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}a, 0 \right)$$

であり, l と C の P 以外の交点を R とすると R の座標は

$$\left(\boxed{\text{ス}} - a, \boxed{\text{セ}}a - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}a^2 \right)$$

である.

(d) R から x 軸に垂線を引き, x 軸と交わる点を H とするとき, 三角形 QRH の面積 S は

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}a^3 - \boxed{\text{テ}}a^2 + \boxed{\text{トナ}}a \quad (1)$$

である. S は $a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ のとき最大値をとる⁷. (5点)

5. 大問 4. において, 関数 $f(x)$ として

$$\begin{aligned} x \leq x_0 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= x \\ x > x_0 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= -3.1x + 12 \end{aligned}$$

を考える. 2つの直線が交わる点を x_0 として, それ以降の領域を読み替えて問題を解け. ただし係数を変えたので, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イウ}}$ 等の箱にはこだわらず, 小数が入る. 特に R の座標以降 2次方程式の解の平方根が残り, (1) 式では定数項も残るがピピらんように. (20点)

⁷2003 年度大学入試センター試験数学 II・数学 B 第 2 問改