

## 情報科学科 数式処理実習試験問題

資料を参考にして以下の問題を Maple で解き、出力して提出せよ。80 点以上が合格。何番をやっているかが分かるようにせよ。

1. (a) 次の関数の導関数を求めよ<sup>1</sup>。(10 点)

$$\sqrt{x^2 + 1} \sqrt[3]{x^3 + 1}$$

- (b) 資料を参考にして次の関係から  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。結果は  $t$  の関数のままでよい<sup>2</sup>。(15 点)

$$\begin{aligned} x &= a \cos^3 t \\ y &= a \sin^3 t \quad (a > 0) \end{aligned}$$

2. (a)  $\frac{1}{\cos^2 x + 4 \sin^2 x}$  を積分せよ<sup>3</sup>。(10 点)

- (b) 資料を参考にして次の広義の 2 重積分を求めよ<sup>4</sup>。(15 点)

$$\iint_D \frac{dx dy}{(y-x)^{1/3}} \quad (D: 0 \leq x \leq y \leq 1)$$

3. (a) 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -7 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$  を対角化せよ<sup>5</sup>。(10 点)

- (b)  $A = \begin{pmatrix} 0 & c & b \\ c & 0 & a \\ b & a & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  として,  $BA$  を計算することにより,

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & c+a & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix} \text{ を求めよ}^6. \text{ (15 点)}$$

4. 関数  $f(x)$  は

$$\begin{aligned} x \leq 3 \text{ のとき } & f(x) = x \\ x > 3 \text{ のとき } & f(x) = -3x + 12 \end{aligned}$$

で与えられている。このとき,  $x \geq 0$  に対して, 関数  $g(x)$  を

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

と定める。

<sup>1</sup>寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.18, 問題 9.1(3).

<sup>2</sup>寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.19, 問題 10.1(1).

<sup>3</sup>寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.42, 例題 5(2).

<sup>4</sup>寺田・坂田,「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003), p.95, 問題 6.1(1).

<sup>5</sup>寺田・木村,「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.78, 問題 8.1b

<sup>6</sup>寺田・木村,「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005), p.39, 問題 10.1a

(a)  $0 \leq x \leq 3$  のとき

$$g(x) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} x^{\boxed{\text{ウ}}}$$

であり,  $x \geq 3$  のとき

$$g(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \boxed{\text{エオ}} x - \boxed{\text{カキ}}$$

である.

(b) 曲線  $y = g(x)$  を  $C$  とする.  $C$  上の点  $P(a, g(a))$  (ただし,  $0 < a < 3$ ) における  $C$  の接線  $l$  の傾きは  $\boxed{\text{ク}}$  であるから,  $l$  の方程式は

$$y = \boxed{\text{ク}} x - \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}} a^2$$

である.

(c)  $l$  と  $x$  軸の交点を  $Q$  とすると  $Q$  の座標は

$$\left( \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} a, 0 \right)$$

であり,  $l$  と  $C$  の  $P$  以外の交点を  $R$  とすると  $R$  の座標は

$$\left( \boxed{\text{ス}} - a, \boxed{\text{セ}} a - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}} a^2 \right)$$

である.

(d)  $R$  から  $x$  軸に垂線を引き,  $x$  軸と交わる点を  $H$  とするとき, 三角形  $QRH$  の面積  $S$  は

$$S = \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}} a^3 - \boxed{\text{テ}} a^2 + \boxed{\text{トナ}} a \quad (1)$$

である.  $S$  は  $a = \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$  のとき最大値をとる<sup>7</sup>. (5点)

5. 大問 4. において, 関数  $f(x)$  として

$$\begin{aligned} x \leq x_0 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= x \\ x > x_0 \quad \text{のとき} \quad f(x) &= -3.1x + 12 \end{aligned}$$

を考える. 2つの直線が交わる点を  $x_0$  として, それ以降の領域を読み替えて問題を解け. ただし係数を変えたので,  $\boxed{\text{ア}}$ ,  $\boxed{\text{イウ}}$  等の箱にはこだわらず, 小数が入る. 特に  $R$  の座標以降 2次方程式の解の平方根が残り, (1) 式では定数項も残るがビビらんように. (20点)

<sup>7</sup>2003 年度大学入試センター試験数学 II・数学 B 第 2 問改