

情報科学科 数式処理実習 ペア試験問題

以下の問題を Maple を用いて自力で解き，出力して提出せよ．何番をやっているかが分かるようにせよ．60 点以下のグループは解体．

1. (a) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\tan\frac{x}{2}\right)$ を微分せよ¹. (10 点)

(b) $\frac{\sin(x)}{1+\sin(x)}$ を積分せよ². (10 点)

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ の固有値，固有ベクトルを求めよ. (10 点)

2. (a) 添付プリントを参考にして，次の曲面の与えられた点における接平面の方程式 $z(x, y)$ を求めよ．また，元の関数とともに $\text{plot3d}([f(x,y),z(x,y)],x=0..2,y=0..2)$ せよ³. (15 点)

$$f(x, y) = x^2 + y^2 (a = 1, b = 1, f(a, b) = 2)$$

- (b) 添付プリントを参考にして，グラム・シュミットの直交化法により，次のベクトルから \mathbb{R}^3 の正規直交基底を作れ⁴. (15 点)

$$\mathbf{x}_1 = (1, 1, 0), \mathbf{x}_2 = (0, 1, 0), \mathbf{x}_3 = (0, -1, 1)$$

3. 添付プリントを参考にして解け． G_1 がとおる点の座標は変えたが，アイ，ウ等の箱には整数が入る．ただし，式 (1),(2) には定数項が加わる．⁵. (40 点)

$a \neq 0$ とする．2 次関数

$$y = ax^2 + bx + c$$

のグラフを G_1 とし，

$$y = -ax^2 + bx + d$$

のグラフを G_2 とする．

以下， G_1 は点 (2,1) ではなく，点 (2,0) を通り， G_2 は点 (-3,1) をとおるものとする．このとき，

$$c = \text{アイ} a - \text{ウ} b + \text{エ}$$

$$d = \text{オ} a + \text{カ} b + \text{キ}$$

¹寺田・坂田，「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003)，p.18，問題 9.2(1)．

²寺田・坂田，「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003)，p.42，例題.5(1)

³寺田・坂田，「演習と応用 微分積分」(サイエンス社,2003)，p.73，問題 4.2(1)

⁴寺田・木村，「演習と応用 線形代数」(サイエンス社,2005)，p.60 例題 14 改

⁵2006 年度大学入試センター追試験数学 I 第 2 問改

である.

さらに, G_1 の頂点と G_2 の頂点が原点に関して対称であるとき,

$$b = \boxed{\text{クケ}} a - \boxed{\text{コ}}$$

が成り立つ. ここで, G_1 の頂点を点 (p, q) とすると,

$$p = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} + \frac{1}{a}, q = -\frac{a}{\boxed{\text{ス}}} - \frac{1}{a} \quad (1)$$

であり,

$$p + q = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} - \frac{a}{\boxed{\text{ス}}} \quad (2)$$

となる. このとき, G_1 の頂点が直線 $y = -x + 2$ にあるならば, $a = \boxed{\text{セ}}$ であり, G_2 を表わす 2 次関数の最大値, ではなくて最小値は $\boxed{\text{ソ}}$ である

ただし, G_1 が点 $(2, 0)$ を通る場合のグラフは次のようになる.

```
> plot([g12(x), g22(x), -x+2], x=-8..8, y=-10..10);
```

