

情報科学科 数式処理演習 最終個別試験問題

以下の問題を Maple を用いて解き、出力して提出せよ。80 点以上が合格。何番をやっているかが分かるようにせよ。

1. (a) 次の積分を求めよ。(10 点)

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \cos t}$$

(大学院への数学 p.105, 4.1-prob5(東大院))

- (b) 関数 $\sqrt{1+x}$ を $x=0$ の周りで 2 次および 3 次まで Taylor 展開した関数を求めよ。また、それぞれの関数を用いて $\sqrt{1.1}$ および $\sqrt{1.01}$ の近似値を求めよ。(15 点)

2. (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ とする。 $A^2, A^{98}, A^{99}, A^{100}$ をそれぞれ求めよ。 A^{2n}, A^{2n+1} (n は整数) を類推せよ。手書きで良い。(15 点)

- (b) $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 7 & 2 & 12 \\ 2 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ とする。 \mathbb{R}^4 から \mathbb{R}^3 への線形写像 f を $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$ で与えるとき、 f の像 $\text{Im} f$ および核 $\text{Ker} f$ の次元と 1 組の基底を求めよ。(10 点)
ヒント：抜き刷りプリント参照せよ。また係数行列から連立方程式を作る GenerateEquations を使い、solve と便利。

3. (a) 元の 2 次関数

$$y = 6x^2 + 11x - 10$$

の係数を変えた、

$$y = 6x^2 + 13.7x - 10 \tag{1}$$

について考える。(1)において、 $y \leq 0$ となる x の値の範囲は、

$$\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}} \leq x \leq \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

(1) のグラフを x 軸方向に a 、 y 軸方向に b だけ平行移動して得られるグラフを G とする。 G が原点 $(0,0)$ を通るとき、

$$b = \boxed{\text{カキ}} a^2 + \boxed{\text{クケ}} a + \boxed{\text{コサ}}$$

であり、このとき G を表す 2 次関数は

$$y = \boxed{\text{シ}} x^2 - \left(\boxed{\text{スセ}} a - \boxed{\text{ソタ}} \right) x \tag{2}$$

である。(25 点)

(b) $x = -2$ と $x = 3$ に対応する 2 次関数 (2) の値が等しくなるのは

$$a = \frac{\boxed{\text{チツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$$

のときである。このとき、2 次関数 (2) の $-2 \leq x \leq 3$ における

$$\text{最小値は } \frac{\boxed{\text{ナニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}, \text{ 最大値は } \boxed{\text{ネノ}}$$

である。(25 点)

(2006 年度大学入試センター本試験 数学 I・数学 A 第 2 問-改).