

情報科学科 数式処理実習試験問題

以下の問題を Maple で自力で解き，出力して提出せよ．80 点以上が合格．何番をやっているかが分かるようにせよ．

1. (a) e^{x^x} を微分せよ．(10 点)
 (b) $x \cos x$ を $x = 0$ の周りで 5 次まで Taylor 展開し， $x = -\pi..pi$ で元の関数と同時に plot せよ．(10 点)
2. (a) 次の定積分 $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\cos^3 x}{\sin x} dx$ を求めよ．(10 点)
 (b) 次の 2 重積分を求めよ．(10 点)

$$\int_0^1 \int_0^y \frac{x}{1+y^2} dx dy$$

3. (a) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix}$ を因数分解せよ．(10 点)
 (b) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値 λ と固有ベクトル v_1, v_2, v_3 を求めよ．
 さらにこの対称行列の固有ベクトルが互いに直交していることを確かめよ．(10 点)

4. 関数

$$f(x) = 3^x + 3^{-x}$$

に対して，

$$f(x-1) = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \cdot 3^x + \boxed{\text{ウ}} \cdot 3^{-x}$$

である．また， $f(x-1) = f(x)$ を満たす x を求めると， $x = \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ であり，このと

きの $f(x)$ の値は $\frac{\boxed{\text{カ}} \sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である．

(2000 年度大学入試センター試験数学 II・数学 B 第 1 問より抜粋)．これらの結果を Maple で求めよ．(20 点)

5. a を 0 でない実数とし、関数 $f(x)$ を

$$f(x) = 3ax^2 - (8a + 6)x + 4a + 6$$

により定める.

b, u, v を実数, $b \neq 0$ として, $g(x) = 3bx^2 + ux + v$ とおく. $g(x)$ が $\int_{-1}^0 g(x)dx = -6$ を満たし, 座標平面において, $y = g(x)$ のあらわす放物線 C が点 $(-1, -9)$ を通るとする. このとき u と v は b を用いて

$$u = \boxed{\text{アイ}} + \boxed{\text{ウ}}, \quad v = \boxed{\text{エ}} - \boxed{\text{オ}}$$

と表される. さらに, 放物線 $y = f(x)$ と放物線 C が, y 軸上で共有点を持ち, その点における二つの放物線の接線が一致するならば

$$a = \boxed{\text{カキ}}, \quad b = \boxed{\text{ク}}$$

となり, その接線の方程式は,

$$y = \boxed{\text{ケコ}}x - \boxed{\text{サ}}$$

である.

(2000 年度大学入試センター試験数学 II・数学 B 第 2 問より抜粋). これらの結果を Maple で求めよ. 得られた結果に基づいた 2 曲線とその接線は図 1 のようになる. (20 点)

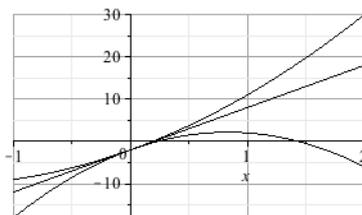


図 1: y 軸上で接する 2 曲線とその接線.