

情報科学科 数式処理演習 試験問題

以下の問題を Maple を用いて自力で解き，出力して提出せよ．60 点以下のグループは解体．何番をやっているかが分かるようにせよ．

1. (a) 次の関数を微分せよ．(10 点)

$$\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

- (b) 資料を参考にして，次の 2 重積分を求めよ．(15 点)

$$\iint_D \log \frac{x}{y^2} dx dy, \quad D : 1 \leq y \leq x \leq 2$$

2. (a) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ の固有多項式および，固有値を求めよ．(10 点)

- (b) 資料を参考にして，2 次曲線

$$3x^2 + 4xy + 6y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$$

の標準形を導く過程で必要となる座標変換の行列 P を求めよ． v_1 の単位ベクトルは $\text{Normalize}(v_1, \text{Euclidean})$ で，転置 tP は $\text{Transpose}(P)$ によって求められる．

また， $\mathbf{x} = P\mathbf{y}$ の座標変換によって与式は

$$7(x')^2 - 2\sqrt{5}x' + 2(y')^2 + 2\sqrt{5}y' + 2$$

となる事確かめよ．(15 点)

3. a は実数とする． x の方程式

$$(2^x + 3^x) \left(\frac{9}{2^x} + \frac{4}{3^x} \right) = a \tag{1}$$

について考える．

- (a) $X = \left(\frac{3}{2}\right)^x$ とおけば，方程式 (1) は X を用いて

$$\boxed{\text{ア}} X + \frac{\boxed{\text{イ}}}{X} + \boxed{\text{ウエ}} = a \tag{2}$$

となる．

方程式 (2) が異なる二つの正の解をもつのは

$$a > \boxed{\text{オカ}}$$

のときである．このとき，方程式 (1) は異なる二つの解をもち，それらの和は

$\boxed{\text{キク}}$ であることがわかる．(25 点)

(b) $a = 50$ とする. 方程式 (2) の解は

$$X = \boxed{\text{ケ}}, \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

であるから, 方程式 (1) の解は

$$x = \frac{\boxed{\text{シ}}}{\log_2 3 - \boxed{\text{ス}}}, \frac{\boxed{\text{セソ}}}{\log_2 3 - \boxed{\text{ス}}}$$

となる. (25 点)

(2008 年度大学入試センター試験 追試験 数学 II・数学 B[1])