

情報科学科 数式処理演習 試験問題

以下の問題を Maple を用いて自力で解き，出力して提出せよ．80 点以上が合格．何番をやっているかが分かるようにせよ．

1. (a) 次の関数を微分せよ．(10 点)

$$\sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

- (b) 資料を参考にして，次の 2 重積分を求めよ．(15 点)

$$\iint_D \log \frac{x}{y^2} dx dy, \quad D : 1 \leq y \leq x \leq 2$$

2. (a) 行列 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ の固有多項式および，固有値を求めよ．(10 点)

- (b) 資料を参考にして，2 次曲線

$$3x^2 + 4xy + 6y^2 - 6x - 2y + 2 = 0$$

の標準形を導く過程で必要となる座標変換の行列 P を求めよ． v_1 の単位ベクトルは $\text{Normalize}(v_1, \text{Euclidean})$ で，転置 tP は $\text{Transpose}(P)$ によって求められる．

また， $x = Py$ の座標変換によって与式は

$$7(x')^2 - 2\sqrt{5}x' + 2(y')^2 + 2\sqrt{5}y' + 2$$

となる事を確かめよ．(15 点)

3. a, b を定数とし， $a \neq 0$ とする．2 次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする．

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり，グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} a}, \frac{-\left(\boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}} a} \right)$$

である (2008 年度大学入試センター試験数学 I より抜粋)．

4. a, b を実数とし, 2次関数

$$y = 4x^2 - 8x + 5 \quad (1)$$

$$y = -2(x + a)^2 + b \quad (2)$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする.

C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき,

$$a = \boxed{\text{アイ}}, b = \boxed{\text{ウ}}$$

である.

(2001 年度大学入試センター試験数学 I・数学 A より抜粋). これらの結果を Maple で求め, 2つの関数は図1の通りとなることを確認せよ. (25 点)

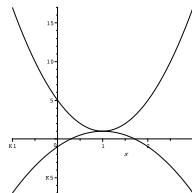


図 1: 問 4 の結果を示すグラフ.