Table of Contents

2020年度　数式処理演習　pre試験問題

cc by Shigeto R. Nishitani, 2020/11/19 実施

- file: ~/symboic_math/exams/20_pre_ans.ipynb

線形代数

基底，次元，成分(15点)

$\boldsymbol{R}^3$において $a_1 = (2, -1, 0)$, $a_2 = (1, 0, 1)$, $a_3 = (1, 2, -2)$は基底をなす．$a = (-4, -2, 1)$の基底 $\mathcal{B} = \{a_1, a_2, a_3\}$に関する成分を求めよ．

Ker, Im(15点)

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$とする．$R^4$から$R^3$への線形写像$f$を $f(x) = Ax$で 与えるとき，fのImfおよびKer$f$の次元と1組の基底を求めよ．

微積分

正規分布の概形(15点)

関数

$$f(x) = e^{-x^2}$$

の増減，極値，凹凸を調べ，曲線$y = f(x)$の概形を描け．

x	$-\infty$	$\cdots$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cdots$	0	$\cdots$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\cdots$	∞
f(x)	0	↗	↗	↗	1.0	↘	↘	↘	0
f'(x)	0	+	+	+	0	-	-	-	0
f''(x)	0	+	0	-	-	-	0	+	0

積分(15点)

関数

$$f(x) = \frac{1}{\cos x + 1}$$

の不定積分を求めよ．また，$x = 0..\pi/2$の定積分を求めよ．

センター試験原題(10点)

(2017大学入試センター試験　追試験 数学II・B 第2問)

関数$f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x - 4$について考える．関数$f(x)$の増減を調べよう．$f(x)$の導関数は

$$f'(x) = \boxed{ア}\,x^2 - \boxed{イウ}\,x + \boxed{エ}$$

であり，$f(x)$は$x = \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$で極大値，$x = \boxed{キ}$で極小値をとる．よって，$x \geqq 0$の範囲における$f(x)$の最小値は$\boxed{クケコ}$である．

また，方程式$f(x) = 0$の異なる実数解の個数は$\boxed{サ}$個である．

2

曲線$y = f(x)$上の点$(0, f(0))$における接線をlとすると， lの方程式は$y = \boxed{シ}\,x - \boxed{ス}$である． また，放物線$y = x^2 + px + q$を$C$とし， Cは点$(a, \boxed{シ}\,a - \boxed{ス})$で lと接しているとする． このとき，p, qはaを用いて

$$p = \boxed{セソ}\,a + \boxed{タ}\,, q = a^{\boxed{チ}} - \boxed{ツ}$$

と表される．

数値改変(30点)

問3.において， 関数$f(x) = 1.1x^3 - 5x^2 + 3x - 4$， また，曲線$y = f(x)$上の点$(0.1, f(0.1))$における接線を$l$として問題を解け． $\boxed{ツ}$は3.9522となる．