Table of Contents

2020年度　数式処理演習　pair試験問題

cc by Shigeto R. Nishitani, 2020/11/26 実施

- file: ~/symboic_math/exams/20_pre_ans.ipynb

以下の問題をpythonで解き，LUNAへ提出せよ．LUNAへはipynbとpdf形式の２種類を提出すること．

微積分

ソフトマックス関数の概形(15点)

ソフトマックス関数

$$f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

の増減，極値，凹凸を調べ，曲線$y = f(x)$の概形を描け．

x	$-\infty$	$\cdots$	0	$\cdots$	∞
f(x)	0	$\nearrow$	0.5	$\nearrow$	0
f'(x)	0	+	+	+	0
f''(x)	0	+	0	-	0

3D関数のプロット(15点)

３変数のシグモイド関数で，１変数を固定すると次のような関数となる．

```python
import numpy as np

def softmax(x,y):
    return np.exp(-x)/(np.exp(-x)+np.exp(-y)+np.exp(-1))
```

この関数を

```python
x = np.arange(-4, 4, 0.5)
y = np.arange(-4, 4, 0.5)
```

で３次元プロットせよ.

線形代数

線形結合の確認(p.173, 5-39)(15点)

sympyを使って，$w^T x$で線形結合が得られることを確認せよ.

1. $w = \begin{pmatrix} w_0 \\ w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$, $x = \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ を作る.
2. wを転置する
3. `ww.T*xx` で線形結合となることを確認する.
4. `ww*xx.T` では3x3の行列が得られることも確認せよ.

解析解の確認(p.177, 5-60)(15点)

```
xdata=np.array([1,2,3,4])
ydata=np.array([0,5,15,24])
```

を対象データとして，(5-53)にしたがって，N=4, n=3で

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$

に対するfittingを行う．得られたデザイン行列Xは

$$X = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

となる．(5-59)式の左辺の$X^T X$が3x3行列になることを確認せよ.

ヒント：
https://nbviewer.jupyter.org/github/daddygongon/jupyter_num_calc/blob/master/numerical_calc/
の「正規方程式(Normal Equations)による解」の「python codeによる具体例」を参照せよ.

センター試験原題(10点)

(2018大学入試センター試験　追試験 数学II・B 第2問)

a を正の実数とし，　放物線$y = 3x^2$ をC_1, 放物線$y = 2x^2 + a^2$ をC_2 とする．C_1 とC_2 の二つの共有点を x 座標の小さい順にA,Bとする．また，C_1 とC_2 の両方に第1象限で接する直線を l とする.

(1) Bの座標をa を用いて表すと ($\boxed{ア}$, $\boxed{イ}a^{\boxed{ウ}}$) である

直線l と二つの放物線C_1, C_2 の接点のx 座標をそれぞれs, t とおく．l は$x = s$ でC_1 と接するので，l の方程式は

$$y = \boxed{\text{エ}}sx - \boxed{\text{オ}}s^{\boxed{\text{カ}}}$$

と表せる． 同様に，l は$x=t$ でC_2 と接するので，l の方程式は

$$y = \boxed{\text{キ}}tx - \boxed{\text{ク}}t^{\boxed{\text{カ}}} + a^2$$

とも表せる．これらにより，s, t は

$$s = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}a, \quad t = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{サ}}}a$$

である．

放物線C_1 の$s \leqq x \leqq \boxed{\text{ア}}$ の部分 放物線C_2 の$\boxed{\text{ア}} \leqq x \leqq t$ の部分, x 軸， および2直線$x = s, x = t$で囲まれた図形の面積は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}} - \boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}a^{\boxed{\text{タ}}}$$

である．

数値改変(30点)

問3.において，放物線C_1 が

$$y = 2.9x^2$$

である場合について解きなさい． ただし，係数が浮動小数点数に変わったので，$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$などには浮動小数点数が入る．最後の図形の面積は，$1.284186\ldots a^3$ となる．(30点)