情報科学科　数式処理演習　最終個別　試験問題

以下の問題を python を用いて自力で解き，出力して提出せよ．80 点以下のメンバーがいるグループは来週補講.

1. (a) (正規直交基底)
   グラム・シュミットの直交化法により，次のベクトルから $\boldsymbol{R}^3$ の正規直交基底を作れ．(15 点)
   $$\boldsymbol{x}_1 = (1,1,1),\ \boldsymbol{x}_2 = (0,1,0),\ \boldsymbol{x}_3 = (-1,1,0)$$
   (b) (直交補空間)
   $V = \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \boldsymbol{R}^3; 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, x_1 - 3x_2 + x_3 = 0\right\}$ の直交補空間 $V^\perp$ を求めよ．(15 点)
2. (a) (Taylor 展開)
   次の関数を原点の周りで 5 次まで Taylor 展開せよ．また両関数を t=0..2 でプロットせよ．(15 点)
   $$v = \exp(-t) + 1.0$$
   (b) (積分の比較)
   前問で扱った二つの関数を t=0..2 で積分し結果を浮動小数点数で比較せよ．Taylor 展開した関数の積分値の誤差を 0.001 以下にするには何次までの展開が必要か．(15 点)
3. 座標平面上の放物線 $y = 1 - x^2$ を C とする．
   $\frac{1}{2} < b \leqq 1$ として，放物線 C 上の 2 点 Q(-1,0) と R$(1-b, 2b-b^2)$ を通る直線を m とする．m の方程式は
   $$y = \boxed{\text{セ}}\,x + \boxed{\text{ソ}}$$
   である．
   C と直線 m で囲まれた図形の面積 S_1 は
   $$S_1 = \frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}b^3 + b^2 - \boxed{\text{テ}}\,b + \frac{4}{3}$$
   である．一方，C と直線 m の $1-b \leqq x \leqq b$ の部分，および直線 $x = b$ で囲まれた図形の面積 S_2 は
   $$S_2 = \frac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}b^3 + 2b^2 - \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}b + \frac{2}{3}$$
   である．よって，S_1 と S_2 の和 S は
   $$S = S_1 + S_2 = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}b^3 + 3b^2 - \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}b + 2$$

となる．

$\frac{1}{2} < b \leqq 1$ のとき，S の増減を調べると，S は $b = \sqrt{\boxed{\text{フ}}} - \boxed{\text{ヘ}}$ で最小値を取ることがわかる (10 点)

(2015 年度大学入試センター試験　追試　数学 II・B 第 2 問 (2))

4. 前問の放物線 C の方程式を $y = 1 - 0.5x^2$ として問題を解け．放物線 C 上の 2 点は $\mathrm{Q}(-\sqrt{2}, 0)$ と $\mathrm{R}(\sqrt{2} - b, 1 - (\sqrt{2} - b)^2)$ と読み替えよ．また，S_2 を求めるときの範囲は $\sqrt{2} - b \leq x \leq b$ と読み替えよ．また，数値解となるので，答えはかっこによらず小数点となる．(30 点)

   前問においても，2 点 $\mathrm{Q}(x_1, y_1)$ と $\mathrm{R}(x_2, y_2)$ を通る直線の方程式は

$$y - y_1 = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}(x - x_1)$$

   を使うが，変数を一度個別に代入しておくのが得策．