

# 微積分学の使い所 常微分方程式

for num\_recipe with python  
Prof. Shigeto R. Nishitani (Kwansei Gakuin Univ.)

[[<https://ist.ksc.kwansei.ac.jp/~nishitani/?IntroInfo18>]]

## AM/PMって聞いたこと ある？

Aquisition (獲得) metaphor, vs  
Participation(参加) metaphor

Situated learning,  
legitimate peripheral participation(1991)

"状況に埋め込まれた学習, 正統的周辺参加",  
Jean Lave and Etienne Wenger, 佐伯胖訳, 福  
島正人解説 (産業図書, 1993).

"On Two Metaphors for Learning and the  
Dangers of Choosing Just One", Anna Sfard,  
Educational Researcher, 27(1998), 413.

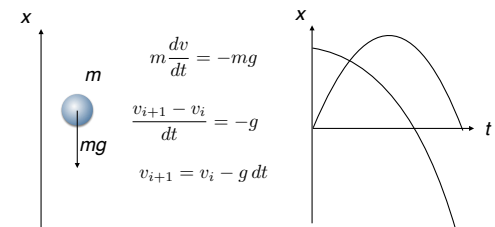
項目	AM	PM
学習目標	個々人を豊かにする	共同体の構築
学習とは?	なにかを獲得する (acquisition)	参加者 (participant) となる
学習者 (student)	受容者 (消費者), 再構築者	周辺にいる参加者, 徒弟
教授者 (teacher)	供給者, まとめ役, 媒介者	熟練した参加者, 実践や論考の修得者
知識, 概念	資産, 所有物, 一般商品 (個人のあるいは公共の)	実践, 論考, 活動の一側面
知るとは	持つ, 所有すること	所属する, 参加する, コミュニケーションすること

Table I of Sfard's paper.

AM/PMの実践の第一歩として,

この講義ではペアで  
作業してください

## Free gravitation fall



## Euler法

1次の微分方程式の一般形

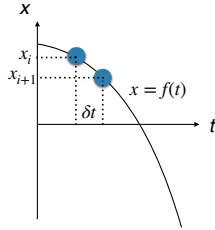
$$\frac{dx}{dt} = f(x, t)$$

テイラー級数展開

$$x(t + \delta t) \approx x(t) + \frac{dx}{dt} \delta t$$

計算アルゴリズム

$$x_{i+1} = x_i + f_i \delta t$$



## 2次微分方程式のEuler法(I)

Newtonの運動方程式=2次微分

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -g$$

連立の1次方程式

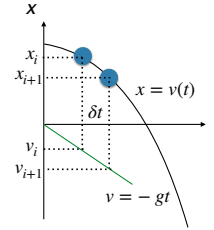
$$\frac{dv}{dt} = -g$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

計算アルゴリズム

$$v_{i+1} = v_i - g \, dt$$

$$x_{i+1} = x_i + v_i \, dt$$



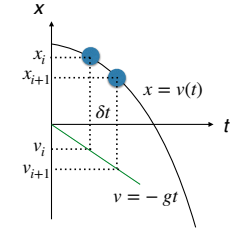
## 2次微分方程式のEuler法(II)

計算アルゴリズム

$$v_{i+1} = v_i - g \, dt$$

$$x_{i+1} = x_i + v_i \, dt$$

```
def euler(x0, v0):
    v1 = v0 - g * dt
    x1 = x0 + v0 * dt
    return x1, v1
```



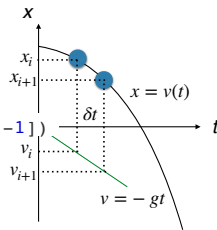
## 2次微分方程式のEuler法(III)

```
g, dt = 9.8, 0.1
tt, xx, vv = [0.0], [0.0], [9.8]
```

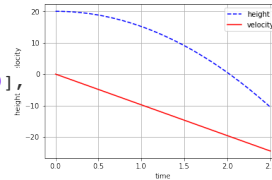
```
t = 0.0
```

```
for i in range(0, 50):
    t += dt
    x, v = euler(xx[-1], vv[-1])
    tt.append(t)
    xx.append(x)
    vv.append(v)
```

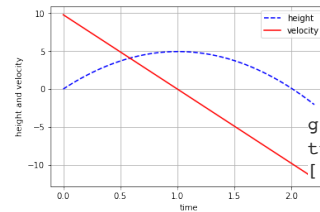
```
my_plot(xx, vv, tt)
```



```
g, dt = 9.8, 0.1
tt, xx, vv = [0.0], [20.0], [0.0]
```



```
g, dt = 9.8, 0.01
tt, xx, vv = [0.0], [0.0], [9.8]
```



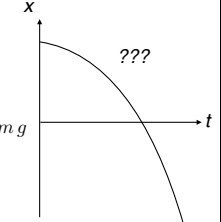
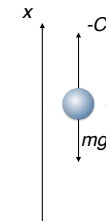
## gravitation fall with air resistance[I]

$$m \frac{dv}{dt} = -mg$$

$$m \frac{dv}{dt} = -(m)Cv - mg$$

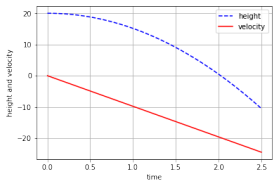
$$\frac{v_{i+1} - v_i}{dt} = -Cv - g$$

$$v_{i+1} = v_i + (-Cv - g) dt$$



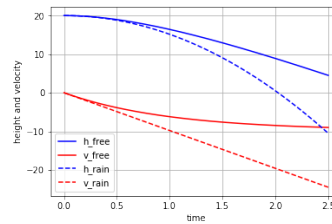
### gravitation fall with air resistance

```
def euler2(x0, v0):
    v1 = v0 + (-cc * v0 - g)
    x1 = x0 + v0 * dt
    return [x1, v1]
```

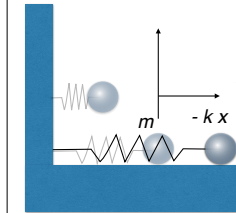


rain drop  
free fall

### gravitation fall with air resistance



### Free oscillation mass-spring system



$$m \frac{dv}{dt} = -mg$$

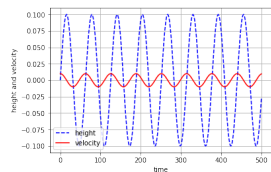
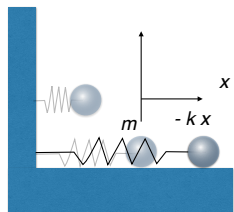
$$\Downarrow$$

$$m \frac{dv}{dt} = -(m)kx$$

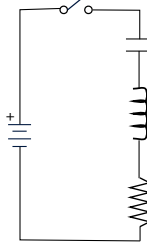
$$\frac{v_{i+1} - v_i}{dt} = -kx$$

$$v_{i+1} = v_i + (-kx)dt$$

### Free oscillation mass-spring system



### RLC circuit



$$m \frac{dv}{dt} = -mg$$

$$\Downarrow$$

C: コンデンサー

$$L \frac{d^2Q}{dt^2} + R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V(t)$$

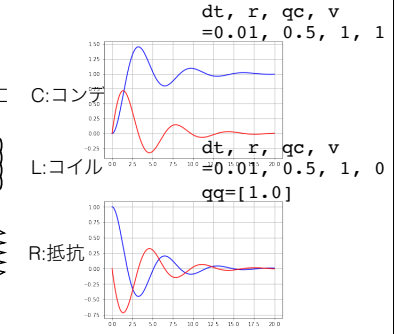
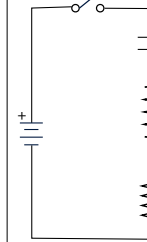
L: コイル

$$\Downarrow$$

R: 抵抗

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{Q}{C} = V \\ \frac{dQ}{dt} = I \end{cases}$$

### RLC circuit



## Newtonのちえ

- 力学っていうか、Keplerの法則とか、Newtonの運動方程式とかを学修して
- わかった時の
- 西谷のイメージです。

## ニュートンの運動法則

### 第1法則(慣性の法則)

すべての物体は、外部から力を加えられない限り、「静止している物体は静止状態を続け」、「運動している物体は等速直線運動を続ける」

### 第2法則(運動の法則)

物体に力が働くとき、物体には力と同じ向きの加速度が生じ、その加速度の大きさは力の大きさに比例し、物体の質量に反比例する

### 第3法則(作用・反作用の法則)

物体Aから物体Bに力を加えると、物体Aは物体Bから大きさが同じで逆向きの力(反作用)を同一作用線上で働き返す

## Keplerの法則

### 第1法則(楕円軌道の法則)

惑星は、太陽を焦点の1つとする楕円軌道上を動く

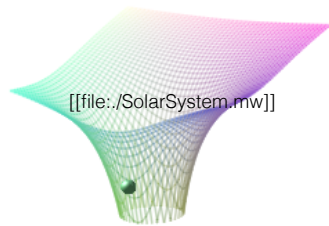
### 第2法則(面積速度一定の法則)

惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積(面積速度)は、一定である。

### 第3法則(楕円軌道の法則)

惑星の公転周期の2乗は、軌道長半径の3乗に比例する

## Keplerの法則



## 重力ポテンシャル

さらに、

1. 遠心力と重力がつりあう
2. ロケットの脱出速度
3. 回転周期は、焦点近くで早く、遠くで遅い
4. 人工衛星の静止軌道の原理
5. 惑星によるロケットのスイングバイ
6. その他

## レポート課題

- ・ 課題
- ・ 雨粒の落下
- ・ 重力ポテンシャルに関する考察
- ・ am/pmを思い出して、ペアで相談して、
- ・ 一枚にまとめて
- ・ 授業終了までに、だしてください