

情報科学科 数式処理演習 式変形

以下の問題を sympy を用いて自力で解き、出力して提出せよ。式の係数を適当にとっているため、2番の , などには整数以外の数が入る場合がある。以後同様のことが時々あるので注意。

1. $P = x(x+3)(2x-3)$ とする。また、 a を定数とする。

$x = a+1$ のときの P の値は

$$2a^3 + \text{ア} a^2 + \text{イ} a - \text{ウ}$$

である。

$x = a+1$ のときの P の値と、 $x = a$ のときの P の値が等しいとする。このとき、 a は

$$3a^2 + \text{エ} a - \text{オ} = 0$$

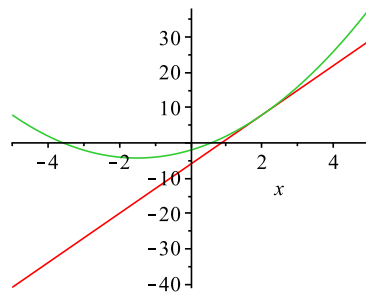
を満たす。したがって

$$a = \frac{\text{カキ} \pm \sqrt{\text{クケ}}}{\text{コ}}$$

である (2008 年度大学入試センター試験数学 I より抜粋)。

2. C_1 を次の 2 次関数のグラフとする。

$$C_1 : f(x) = x^2 + 3x - 2$$



- (a) C_1 の頂点を求める。 C_1 の微分をとり、その傾きが 0 となる点は、

$$x_0 = \text{ア}$$

と求まる。この頂点の座標は、

$$(\text{イ}, \text{ウ})$$

である。

(b) C_1 が x 軸と交わる座標を求める。

$$f(x) = 0$$

を x によって解くことで、

$$x = \boxed{\text{エ}}, \boxed{\text{オ}}$$

が求まる。

(c) C_1 に任意の点 $x = x_1$ で接する直線の方程式を求める。 C_1 の傾きを表す関数 $m(x)$ は、 $f(x)$ の微分により、

$$m(x) = \boxed{\text{カ}}$$

と求まる。 $x = x_1$ における接線 l の方程式は、

$$l : y = m(x_1)(x - x_1) + f(x_1)$$

より、python code としては、

```
def l_y(x, x1):  
    m = diff(f,x)  
    eq = m.subs({x:x1})*(x-x1)+f.subs({x:x1})  
    return eq
```

となる。 $x_1 = 2$ における接線の方程式は、

$$y = 7x - 6$$

となる。このとき、2次関数 C_1 と接線 l の同時プロットは図の通りとなる。

3. a, b を実数とし、2次関数

$$y = 4x^2 - 8x + 5 \tag{1}$$

$$y = -2(x + a)^2 + b \tag{2}$$

の表す放物線をそれぞれ C_1, C_2 とする。

C_1 の頂点と C_2 の頂点が一致するとき、

$$a = \boxed{\text{アイ}}, b = \boxed{\text{ウ}}$$

である。

(2001 年度大学入試センター試験数学 I・数学 A より抜粋)。

2つの関数は図1の通りとなることを確認せよ。

4. a, b を定数とし、 $a \neq 0$ とする。2次関数

$$y = ax^2 - bx - a + b$$

のグラフが点 $(-2, 6)$ を通るとする。

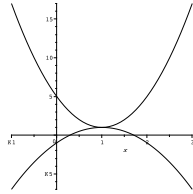


図 1: 二つの曲線の頂点が一致している結果を示すグラフ.

このとき

$$b = -a + \boxed{\text{ア}}$$

であり, グラフの頂点の座標を a を用いて表すと

$$\left(\frac{-a + \boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}} a}, \frac{-\left(\boxed{\text{エ}} a - \boxed{\text{オ}}\right)^2}{\boxed{\text{カ}} a} \right)$$

である (2008 年度大学入試センター試験数学 I より抜粋).