

▼ Table of Contents

- 1 問:データ読み込み
 - 1.1 解答例
- 2 問:距離
- 3 問:係数ベクトル dLw
 - 3.1 解答例
- 4 問: w の更新
 - 4.1 解答例
- 5 問:最急降下の繰り返し
 - 5.1 解答例
- 6 問:QR分解
 - 6.1 解答例
- 7 問:結果

数式処理group work-3(線形代数)解答例

file:/~/python/doing_math_with_python/symbolic_math/gr
cc by Shigeto R. Nishitani 2009-2018

▶ 1 問:データ読み込み [...]

テストデータを読み込み、仮説ベクトル w の初期値を全て0.0001として、最初の30データの正誤を表示せよ。テキストのshow_accuracyを少し改良すればできる。

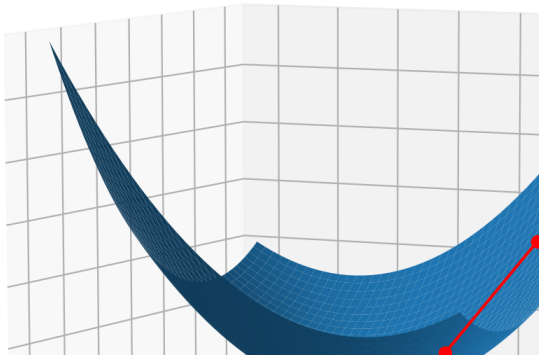
▶ 2 問:距離 [...]

1. 行列 A 、ベクトル w 、 b の形状を確かめよ。
2. また、 $A \cdot w$ の形状を確かめよ。
3. さらに $A \cdot w - b$ の距離の2乗 $\|A \cdot w - b\|^2$ を計算せよ。
4. $A \cdot w$ と b の距離とは乳がんの分類器においては何を意味するか？

▼ 3 問:係数ベクトル dLw

最急降下法による仮説ベクトル w の最適化を試みる。最急降下法の概念図を以下に示した。損失関数の値 $L(w)$ を z 軸にとって (x, y) 平面を w と見立てて、その勾配 dL/dw に従って極小値を求めるステップを刻んでいく様子を示している。

```
In [7]: 1 %matplotlib notebook
2 from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import numpy as np
5
6 def f(x,y):
7     return x**2+y**2+x*y
8
9 x = np.arange(-np.pi, np.pi, 0.02)
10 y = np.arange(-np.pi, np.pi, 0.02)
11 X, Y = np.meshgrid(x, y)
12 Z1 = f(X,Y)
13
14 x_p = [2, 1, 0.5]
15 y_p = [2, 1, 0.5]
16 z_p = [f(x_p[0], y_p[0]),f(x_p[1], y_p[1]),
17         f(x_p[2], y_p[2])]
18
19 fig = plt.figure()
20 plot3d = Axes3D(fig)
21 plot3d.plot(x_p, y_p, z_p, "o-", color="red")
22 plot3d.plot_surface(X,Y,Z1)
23
24 plt.show()
```



損失関数の偏微分

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial w_j} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial w_j} (A_i \cdot w - b_i)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n 2(A_i \cdot w - b_i) A_{ij}\end{aligned}$$

の最後の式の A_{ij} の係数ベクトルを dLw として求めよ。その次元をshapeで確かめよ？

▶ 3.1 解答例 [...]

▶ 4 問:wの更新 [...]

係数ベクトル dLw と A のdot積が勾配ベクトルとなる。

$$w = w - \sigma(dLw^t \cdot A)^t$$

として仮説ベクトル w を勾配に従って進めたベクトルを求めよ。ここで σ はステップ幅と呼ばれ、勾配に従ってどの程度進むかを調整するパラメータで、大きすぎると最適値を通り越し、小さすぎると最適値にたどり着くまでに繰り返し(iteration)が多くなる。ここでは、 $3.0 \cdot 10^{**(-9)}$ 程度とせよ。

▶ 5 問:最急降下の繰り返し [...]

先ほどの漸近操作を300回程度繰り返し、その前後で w を表示してみよ。最初の30データの予測値を比較せよ。

▶ 6 問: QR分解 [...]

行列 A のQR分解を行い、 Q, R 行列の次元をshapeで確かめよ。

▶ 7 問: 結果 [...]

仮説ベクトル w の最適値

$$ww = R^{-1} \cdot Q^t \cdot b$$

を求めよ。その値と精度を確かめよ。また距離の2乗

$$\|A \cdot w - b\|^2$$

が下がっていることを確かめよ。

