

刺激と独立な個人の傾向を考慮した新たな三相データの分析法

橋 本 翔, 田 中 一 晶
片 平 建 史, 長 田 典 子

A New Three-mode Principal Component Analysis to Estimate Tendencies of Individual Which Exist Independently on Stimuli

Sho HASHIMOTO, Kazuaki TANAKA, Kenji KATAHIRA and Noriko NAGATA

In this study, we proposed a new analytical method for three-mode data to explain the individual differences that exist independently in changes of stimuli. Three-mode data, such as semantic differential data, is widely used in such fields as psychology, marketing studies, or Kansei engineering. We assumed that the response of an individual to a stimulus is determined by component scores consisting of the sum of the scores of the stimulus and tendencies of the person. We introduced a new component model that consists of a loading matrix, stimuli scores, and individual tendencies, and we minimized it with the alternating least squares algorithm. The results of simulation studies and the analysis of two data sets illustrate the validities and utilities of the method.

Key words: Three Mode Data Analysis, Alternating Least Squares Method, Semantic Differential Data, Individual Differences

キーワード：三相データ分析, 反復最小二乗法, 意味差判別法, 個人差

1. はじめに

心理学および経済学, 感性工学, マーケティング, 社会学などの各分野において, 複数の相を持つデータが広く用いられている. Kroonenberg (2008) は 3 相 3 元のデータセットをデータのデザイン別に three-way profile data, three-way rating scale data, multiway factorial data, multilevel longitudinal data に大別している. これらは順に, 複数の場面において複数の対象を複数の変数を用いて記述したデータ, 複数の個人が複数の刺激を複数の変数で評価したデータ, three-way rating scale data の個人を集団ごとに平均したデータ, three-way profile data の場面の相が時系列であるデータを指している. なかでも, 行動学研究で多く用

いられるものとしては SD 法 (Semantic Differential method; 意味差判別法) (Osgood, Suci & Tannenbaum, 1957) で得られる three-way rating scale data があげられる. SD 法とは, 複数人に複数の刺激を複数の対義語項目 (熱い-冷たい, など) で評価させるという調査法であり, 評価構造や印象構造の分析に用いられている (大山・瀧本・岩沢 (1993); 若田・齋藤 (2014); 清水・土斐崎・坂本 (2014) など). 本研究では, このような three-way rating scale data における評価の個人差を考慮した新たな分析手法を提案する. 以下では表記の統一性のために各相に対して「個人×刺激×評価項目」という表現を用いる.

刺激数が s , 個人数が n , 評価項目数が p の 3 相のデータセットが得られた際によく行われる解析方法は, 2 相データに変換したのちに主成分分析 (Principal Component Analysis: PCA) を行うというものである. 例えば個人に関して平均することで「刺激×評価項目」の行列とする手法 (消去法, 菅 (1983); 平均値型, 小島 (2000); SumPCA, Kiers (1988)) や, 各個人の「刺激×評価項目」のデータ行列を行方向に結合

関西学院大学 大学院理工学研究科/感性価値創造研究センター

(Kwansei Gakuin University)

連絡先: 〒 669-1337 兵庫県三田市 学園 2-1

Tel: 079-565-7600

E-mail: nagata@kwansei.ac.jp

する手法(統合法, 菅(1983); 一般型, 小島(2000))や, あるいは「刺激×(評価項目×個人)」と各個人のデータを列方向に結合する手法(パーソナル・コンストラクト型, 小島(2000))が代表的である。

これらの手法はそれぞれ次のような基準を最小化するパラメータを推定している。まず消去法を用いて成分数を m と定めて PCA を行う場合は,

$$\|\mathbf{X} - (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F})\mathbf{A}'\|^2 \quad (1)$$

という基準を最小化している。ここで, $\mathbf{X} = (\mathbf{X}'_1, \mathbf{X}'_2, \dots, \mathbf{X}'_n)'$ であり, \mathbf{X}_i は個人 i の $s \times p$ のデータ行列である。また, \mathbf{A} は $p \times m$ の負荷行列, \mathbf{F} は $s \times m$ の得点行列, $\mathbf{1}_n$ は全要素が 1 からなる, 長さ n の列ベクトルである。なお, \otimes はクロネッカー積を表している。また,

$$\mathbf{F}'\mathbf{F} = s\mathbf{I}_m \quad (2)$$

という制約をおいている。ここで, \mathbf{I}_m は m 次の単位行列である。このように, 消去法は各個人に共通した構造の成分負荷と刺激の得点の存在を仮定し, それを求めるものである。また, 統合法は

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{G}\mathbf{A}'\|^2 \quad (3)$$

という基準を最小化するものと定式化できる。ここで, \mathbf{G} は $ns \times p$ の行列であり, 各個人における各刺激に対する成分得点を表す。なお, 制約は

$$\mathbf{G}'\mathbf{G} = ns\mathbf{I}_m \quad (4)$$

である。このように, 統合法では各個人に共通の成分は仮定するが各刺激に対する反応に共通構造を仮定していないモデルであるといえる。さらに, パーソナル・コンストラクト型の分析では

$$\|\mathbf{X}^\# - \mathbf{F}\mathbf{B}'\|^2 \quad (5)$$

という基準を最小化するものと定式化できる。ここで $\mathbf{X}^\# = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_n)$ であり各個人のデータ行列を行方向に結合したもの, $\mathbf{B} = (\mathbf{B}'_1, \mathbf{B}'_2, \dots, \mathbf{B}'_n)'$ は各個人の各変数に対する負荷を表す $p \times nm$ の行列であり, これを消去法と同一の制約のもとで最小化する。これは統合法とは逆に, 刺激の得点は全員に共通しているが成分の解釈は個人ごとに異なることを仮定したモデルであるといえる。これらの分析では統合法

によって得られる個人ごとの刺激の成分得点や, パーソナル・コンストラクト型によって得られる個人ごとの成分負荷行列を個人ごとに比較することで, 個人差の存在をうかがい知ることができる。これらのモデルにおいては, データにおける個人差を統合法は刺激と個人の交互作用で, パーソナル・コンストラクト型は項目と個人の交互作用で説明しているモデルだと考えることができる。しかしながら, これらのモデルでは交互作用によらない刺激間の差や項目間の差, 個人間の差は表現されていない。

一方, 各層のそれぞれにおける差をパラメータとして推定するモデルとしては, 3 相主成分分析が存在している。3 相主成分分析は個人差を成分の変換方式の違いとして表現するモデルとして考えることができ, よく知られたものには Parafac モデル (Harshman, 1970), Tucker2 モデル (Kroonenberg & de Leeuw, 1980), Tucker3 モデル (Tucker, 1966; Kroonenberg & de Leeuw, 1980) が挙げられる。Kiers (1991), Murakami & Kroonenberg (2003) および Adachi (2011) より, これらのモデルは順に

$$\|\mathbf{X} - (\mathbf{F} \cdot \mathbf{H}_P)\mathbf{A}'\|^2 \quad (6)$$

$$\|\mathbf{X} - (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{F})\mathbf{H}_{T2}\mathbf{A}'\|^2 \quad (7)$$

$$\|\mathbf{X} - (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{F})\mathbf{H}_{T3}\mathbf{A}'\|^2 \quad (8)$$

という最小二乗基準を最適化するパラメータを求めていると考えることができる。なお, $\mathbf{F} \cdot \mathbf{H}_p$ は \mathbf{F} と \mathbf{H}_p との Khatri-Rao product (Khatri & Rao, 1968; Liu & Trenkler, 2008) を示している。

式 (6)(7)(8) において, 各モデルの \mathbf{H} は個人差を表現するパラメータ行列である。まず Parafac モデルの $\mathbf{H}_P(n \times m)$ の各行は各成分得点に対する重みの個人差を表しており, 次に Tucker2 モデルの \mathbf{H}_{T2} は $\mathbf{H}'_{T2} = (\mathbf{H}'_{T2,1}, \mathbf{H}'_{T2,2}, \dots, \mathbf{H}'_{T2,n})'$ で $\mathbf{H}_{T2,i} (i = 1 \dots n)$ は刺激の成分と項目の成分との関係性の違いとして個人差を表現している。また, Tucker3 モデルの \mathbf{H}_{T3} は Tucker2 モデルにおける $\mathbf{H}_{T2,i}$ をさらに $\mathbf{H}_{T2,i} = \sum_{j=1}^k \mathbf{C}_j \mathbf{h}_{T3,ij}$ と核配列 \mathbf{C} を用いて構造化したものである。これらのモデルは統合法モデルにおける成分得点 \mathbf{G} を個人と刺激の交互作用とみなし, 刺激の得点行列と個人の得点行列に productive に分解するものであると考えられる。

SD 法を用いた官能検査において, これらのモデルのパラメータは低次元空間における各相の要素ごとの

違いとして一枚の図で表現される場合がある (Gere, Losó, Györey, Kovács, Huzsvai, Nábrádi, Kókai & Sipos, 2014; Nunes, Pinheiro & Bastos, 2011; Lucia, Do Carmo, Morais, Nunes, Pinheiro, Ferreira, Pinto, de Abreu & Vilas Boas, 2016). 例えば Parafac モデルの結果を表現した図 1 では, **A** は刺激の違い, **B** は個人の違い, **C** は評価項目の違いを示しており, それらを重ね合わせたものとして **D** で表現している.

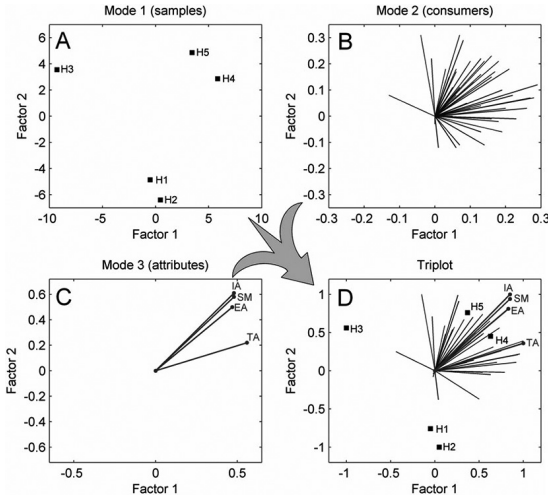


図 1. 三相主成分分析 (Parafac モデル) を用いた 3 相のプロット (Nunes, Pinheiro & Bastos, 2011)

図 1 の **D** では各相における要素間の差は表現されている一方, 個人差による刺激の評価の異なり方を概観することは困難であり, また「ある個人はある成分に関しては平均よりも高く評価しがちである」といった個人における評価の平均値の差異は表現されない. この問題に対しては, Tucker2 および Tucker3 モデルでも同様である.

これらの問題を解決するために, 従来法の成分得点行列の productive な分解に対し, 本研究では additive に分解することが可能な低ランク空間の推定を目指す「交互作用項をもたない additive model」を提案し, その各パラメータを推定する個人の評価傾向を考慮した主成分分析 (Principal Component Analysis with Personal Equation: PCAPE) を提案する. 提案法の特徴利点としては, 刺激得点と個人得点が明示的に同

一の低次元空間に位置され, 個人の印象判断を視覚的に推測することが可能である点が挙げられる.

本論文の構成は以下である. まず 2 章で本研究で提案するデータの近似モデルと既存モデルとの差異を示したのちに, 3 章でパラメータ推定のアルゴリズムを紹介する. そのうえで, 4 章および 5 章において人工データによるシミュレーションと実データを用いた解析例および提案手法の有用性を示す. 最後に 6 章で以上をまとめ総合的な議論を行う.

2. モデル

2.1. 提案モデル

本研究では, 次の最小二乗基準を最小化する各パラメータ F , H , A を推定することを目指す.

$$\|X - \{(1_n \otimes F) + (H \otimes 1_s)\} A'\|^2 \quad (9)$$

ここで, H は個人の評価傾向を示す成分得点行列であり, 各行は個人の評価傾向を示している. 例えば H の (i, j) 要素が正の値であったなら, 個人 i は成分 j に対して高く評価する傾向があることを示す. また, 1_s は全要素が 1 の $(s \times 1)$ の列ベクトルである. PCAPE における成分得点 $(1_n \otimes F) + (H \otimes 1_s)$ は, 統合法における成分得点 G が個人の得点と刺激の得点の和で構成されると仮定したものであり, 消去法のモデルに新たな個人差を表現するパラメータ $H \otimes 1_s$ を加えたものであることが見て取れる.

ただし, 式 (9) における各パラメータはそれぞれ任意の m 次行ベクトル v および任意の正則行列 S を用いて

$$F^\# = (F + 1_s v) S \quad (10)$$

$$H^\# = (H - 1_n v) S \quad (11)$$

$$A^\# = A S^{-1} \quad (12)$$

と変換可能であることから, 一意な解を求めることができない. よって本研究では刺激の得点行列と個人の得点行列に関して,

$$G^{*'} G^* = n s I_m \quad (13)$$

$$1_s' F = 0 \quad (14)$$

$$1_n' H = 0 \quad (15)$$

という制約を置くことで一意な解を求める. ここで,

$\mathbf{G}^* = (\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)$ であり, $\mathbf{0}$ はすべての要素が 0 である $(1 \times m)$ の行ベクトルである.

ただし依然として, \mathbf{G}^* と \mathbf{A}' の間に任意の直交回転行列とその転置行列が挿入可能であるので直交回転の不定性が存在しており, 一意の解を求めることができない. この問題に対しては成分の定式化の違いにより 2 つの異なる意見が存在する. 一つは, 主成分の最適性を重視し回転を許容しないという考えである. 第一成分は 1 次元上でデータを最も近似する成分であり, 以降の成分は以前の成分とは直交する成分の中で最もデータの近似率が高いものとされる. 成分の回転を行うと成分間のそういった性質は失われてしまうため, 回転は行うべきではないという考え方である. これは異なる考えとして, 主成分分析をデータの低ランク近似の問題として取り扱い回転を許容するというものが存在している. このもとでは, 主成分数を固定したもとでは任意の回転を行ってもデータの近似率は変化しないため, 解釈のために成分の回転を行うことを認めている. 本研究の目的は成分得点を刺激特性と個人特性の和の形で表現可能な低ランク近似を行うことであり, また前者の考えでも符号の反転による解釈のための解の変換は認めていることから, 本研究においては $\mathbf{A}'\mathbf{A}$ は対角要素が降順に並んだ対角行列であるという条件のもとで初期解を推定したのちに Varimax 回転 (Kaiser, 1958) などの任意の直交回転を用いて解釈のしやすい解を探索する.

制約のもとで, 最小二乗基準 (9) は以下のように展開することができる.

$$\begin{aligned} & \|\mathbf{X} - \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}'\|^2 \\ &= -2\text{tr} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}' \\ & \quad + n\text{str} \mathbf{A}'\mathbf{A} + \text{const} \end{aligned} \quad (16)$$

ここで, const はパラメータの値に関わらない定数である. 式 (16) から, 最小二乗基準 (9) を最小にするには目的関数

$$\begin{aligned} f(\Theta|\mathbf{X}) &= 2\text{tr} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}' \\ & \quad - n\text{str} \mathbf{A}'\mathbf{A} \end{aligned} \quad (17)$$

をパラメータ \mathbf{F} , \mathbf{H} , \mathbf{A} に関して最大化することで達成されることがわかる.

2.2. データの前処理

データの前処理は 3 相の関係の記述を明確にするた

めに必要となるものであり, 本研究においては中心化とスケールの調整によって構成されている. 本研究では, 個人 i の刺激 j に対する評価項目 k の生データを z_{ijk} と置いたときに以降のような前処理を行う.

中心化については, 本研究では刺激の平均的な被評価傾向と個人の平均的な評価傾向のどちらもが分析の対象であるため, 各評価項目の基準点を同一にすることを目的に,

$$y_{ijk} = z_{ijk} - \frac{1}{ns} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s z_{ijk} \quad (18)$$

の形で行う. これは, データ行列 \mathbf{X} と同様に並べた生データ行列 \mathbf{Z} の列ごとに平均が 0 になるように調整していることを示している.

スケールの調整については, 個人の評価傾向の分散と刺激の特徴の分散の大きさの違いを保持するために,

$$x_{ijk} = \frac{y_{ijk}}{\sigma_k}, \quad \sigma_k = \left(\frac{1}{ns} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^s y_{ijk}^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

と定めた. これは, データ行列 \mathbf{X} と同様に並べた中心化されたデータ行列 \mathbf{Y} の列ごとに分散が 1 になるよう調整していることを示している.

3. 推定アルゴリズム

各パラメータの推定には反復最小二乗法を用いる. 全体のアルゴリズムは以下のとおりである.

- (1) \mathbf{F} , \mathbf{H} , \mathbf{A} に制約を満たす初期値を与える.
- (2) \mathbf{F} , \mathbf{H} を固定したもとで, \mathbf{A} を更新する.
- (3) \mathbf{A} を固定したもとで, \mathbf{F} , \mathbf{H} を更新する.
- (4) 収束基準を満たしていた場合, 反復を終了する. そうでなければ (2) に戻る.

収束判断の基準としては,

$$\frac{f(\Theta_{\text{old}}|\mathbf{X}) - f(\Theta_{\text{new}}|\mathbf{X})}{f(\Theta_{\text{old}}|\mathbf{X})} \quad (20)$$

の値を用い, これが 10^{-6} を下回った時とした. この基準は, パラメータの更新による基準の減少量が更新前の値の 0.001% を下回った時点で, パラメータの更新による基準の変化量が十分に小さくなったとみなし, 収束したとみなすものである.

以降では, ステップ 2, 3 における各パラメータ \mathbf{A} , \mathbf{F} , \mathbf{H} の更新アルゴリズムについて説明する.

3.1. \mathbf{A} の更新

まず、負荷行列 \mathbf{A} の更新について説明する．目的関数 (17) を \mathbf{A} についてまとめると、

$$\begin{aligned} & f(\mathbf{A}|\mathbf{X}, \mathbf{F}, \mathbf{H}) \\ & \propto \frac{2}{ns} \text{tr} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}' - \text{tr} \mathbf{A}' \mathbf{A} \\ & = -\text{tr}(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})'(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) + \text{const} \quad (21) \end{aligned}$$

と表すことができる．ここで、

$$\hat{\mathbf{A}} = \frac{1}{ns} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \quad (22)$$

である．式 (21) は、 $\mathbf{A} = \hat{\mathbf{A}}$ のときに第 1 項が 0 となり \mathbf{A} に関して最大となる．

3.2. \mathbf{F} , \mathbf{H} の更新

次に、刺激の成分得点 \mathbf{F} および個人の成分得点 \mathbf{H} の更新について説明を行う．他のパラメータを固定したもとの目的関数 (17) は次のように書き換えることができる．

$$\begin{aligned} & f(\mathbf{F}, \mathbf{H}|\mathbf{X}, \mathbf{A}) \\ & = 2\text{tr} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}' + \text{const} \\ & = 2\text{tr} \mathbf{X}' \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{I}_s) \mathbf{F} + (\mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}_s) \mathbf{H}\} \mathbf{A}' + \text{const} \\ & = 2\text{tr} \begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} \mathbf{X} \mathbf{A} + \text{const} \quad (23) \end{aligned}$$

また、制約 (13) は制約 (14)(15) を考慮しつつ展開し整理すると

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s}} \mathbf{F} \\ \frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{H} \end{pmatrix}' \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{s}} \mathbf{F} \\ \frac{1}{\sqrt{n}} \mathbf{H} \end{pmatrix} = \mathbf{I}_m \quad (24)$$

と表すことができる．

制約 (24) の下で、式 (23) を最大にする \mathbf{F} , \mathbf{H} は Ten Berge (1993) より Kristof のトレース関数の上限 (Kristof, 1970) を用いて

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{I}_s & 0 \\ 0 & \sqrt{n} \mathbf{I}_n \end{pmatrix} \mathbf{K} \mathbf{L}' \quad (25)$$

$$\begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} \mathbf{X} \mathbf{A} \stackrel{\text{SVD}}{=} \mathbf{K} \mathbf{\Lambda} \mathbf{L}' \quad (26)$$

によって得ることができる．ここで、 $\stackrel{\text{SVD}}{=}$ は右辺が左辺の特異値分解であることを示している．

なお、データ行列 \mathbf{X} が ns 次の中心化行列 $\mathbf{J}_{ns} =$

$\mathbf{I}_{ns} - \mathbf{1}_{ns} \mathbf{1}'_{ns} / ns$ を用いて $\mathbf{X} = \mathbf{J}_{ns} \mathbf{X}$ と表される際、 \mathbf{F} および \mathbf{H} の更新値は (14)(15) を満たす．これは、

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} \mathbf{J}_{ns} \\ & = \left(\begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} - \frac{1}{ns} \begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \mathbf{1}_n \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \mathbf{1}_s \mathbf{1}'_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \mathbf{1}_n \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{1}'_s \mathbf{1}_s \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} \right) \\ & = \left(\begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{1}'_s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1_s \mathbf{1}'_s}{s} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \frac{1_n \mathbf{1}'_n}{n} \sqrt{n} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{1}_s \end{pmatrix} \right) \\ & = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{s} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{I}_s \\ \sqrt{n} \mathbf{1}'_n \otimes \mathbf{1}_s \end{pmatrix} \quad (27) \end{aligned}$$

と変換でき、

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \mathbf{\Lambda} \mathbf{L}' & = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_n \end{pmatrix} \mathbf{K} \mathbf{\Lambda} \mathbf{L}' \\ \mathbf{K} \mathbf{L}' & = \begin{pmatrix} \mathbf{J}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J}_n \end{pmatrix} \mathbf{K} \mathbf{L}' \quad (28) \end{aligned}$$

となることから明らかである．

4. 数値シミュレーション

PCAPE を用いて得られる解の妥当性を検証するために、人工のデータセットを複数作成し、解の再現度およびデータの説明率を測定した．データセットのサイズは刺激数 s が 50 個、個人数 n が 50 人、評価項目数 p が 9 項目の 3 相データである．また、6 つの誤差条件 $\epsilon = (0.1, 1, 2, 3, 4, 5)$ のもとでそれぞれ 100 データセットを作成した．

具体的な手順としては、まず真の負荷行列 \mathbf{A}^* を以下のように定めた．

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 0.9 & 0 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 \\ 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 \\ 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0.7 \end{pmatrix} \quad (29)$$

さらに、真の成分得点行列 \mathbf{F}^* と真の個人バイアス行列 \mathbf{H}^* はともに多変量正規分布 $N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_3)$ から発生させ、各誤差条件につき各データセットを以下のように

表1. シミュレーションの各条件における MSE

			ϵ					
			0.1	1	2	3	4	5
$s = 5$	$n = 5$	PCAPE	0.147	0.210	0.354	0.463	0.531	0.567
		PCA	0.307	0.305	0.399	0.465	0.504	0.535
	$n = 25$	PCAPE	0.078	0.101	0.210	0.355	0.441	0.512
		PCA	0.248	0.229	0.322	0.402	0.453	0.486
	$n = 50$	PCAPE	0.068	0.091	0.185	0.306	0.409	0.495
		PCA	0.240	0.223	0.299	0.387	0.434	0.482
$s = 25$	$n = 5$	PCAPE	0.090	0.129	0.237	0.364	0.456	0.512
		PCA	0.263	0.247	0.323	0.401	0.458	0.492
	$n = 25$	PCAPE	0.033	0.043	0.088	0.149	0.220	0.293
		PCA	0.212	0.190	0.241	0.311	0.368	0.416
	$n = 50$	PCAPE	0.025	0.032	0.071	0.120	0.174	0.229
		PCA	0.201	0.183	0.231	0.289	0.348	0.395
$s = 50$	$n = 5$	PCAPE	0.085	0.119	0.211	0.331	0.434	0.495
		PCA	0.256	0.242	0.309	0.389	0.449	0.479
	$n = 25$	PCAPE	0.028	0.035	0.073	0.122	0.178	0.230
		PCA	0.208	0.183	0.230	0.288	0.353	0.395
	$n = 50$	PCAPE	0.021	0.024	0.056	0.093	0.135	0.177
		PCA	0.194	0.172	0.221	0.274	0.325	0.368

作成した。

$$\mathbf{X} = \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}^*) + (\mathbf{H}^* \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}' + \epsilon \mathbf{E} \quad (30)$$

ここで誤差行列 \mathbf{E} は $ns \times p$ の行列であり、多変量正規分布 $N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_p)$ から発生させた。

この手続きによって得られた (50 刺激 \times 50 個人 \times 9 評価項目) の 3 相を持つ 600 データセットに対し、PCAPE を用いて分析を行い負荷行列の真値の再現性を確認した。その際、データサイズによる再現性の変化を確認するために、刺激数は 1 番目の刺激から s 番目まで、個人数は 1 番目の個人から n 番目までを用い、それぞれ $s = (5, 25, 50)$, $n = (5, 25, 50)$ の計 9 条件のもとで分析を行った。再現性の指標としては各パラメータの真値との平均二乗誤差 (Mean Squared Error: MSE) を用い、提案モデルによるデータの説明率は

$$1 - \frac{\|\mathbf{X} - \{(\mathbf{1}_n \otimes \mathbf{F}) + (\mathbf{H} \otimes \mathbf{1}_s)\} \mathbf{A}'\|^2}{\|\mathbf{X}\|^2} \quad (31)$$

で求めた。

数値シミュレーションの結果を表したものが表 1 および表 2 である。まず、表 1 から、誤差が小さい条件

では PCAPE の真値の再現性が高いこと、また誤差が大きい条件でも、刺激数、個体数が大きい場面では PCAPE は真値の再現性の低下の度合いが比較的小さいことがわかる。次に、表 2 から、全体的にデータの説明率は誤差やデータサイズが大きいほど低くなっていることが見て取れる。また、PCA と PCAPE を比較すると全般的に PCAPE の方が説明率が低く、その差は誤差が大きいほど大きい。これらの結果は、PCA がデータへの当てはまりを最優先にしている一方で、PCAPE はデータのうちモデルに当てはまる部分を説明していると考えることができる。また、 $\epsilon = 1$ のようなデータの説明率が 50% に満たない条件でも比較的正確に推定できていることがわかる。

5. 実データの解析例

5.1. テレビ番組データ

本節では実データに対して PCAPE を適用することにより、PCAPE で得られる結果の解釈について実例を挙げる。分析に用いるデータは、統計環境ソフトウェア R 中のパッケージ ThreeWay 中の Lundy, Harshamn & Kruskal (1989) のテレビ番組データ (R Core Team,

表 2. シミュレーションの各条件における説明率

			ϵ					
			0.1	1	2	3	4	5
$s = 5$	$n = 5$	PCAPE	0.982	0.498	0.330	0.282	0.276	0.262
		PCA	0.987	0.655	0.576	0.565	0.562	0.561
	$n = 25$	PCAPE	0.985	0.46	0.231	0.168	0.149	0.141
		PCA	0.989	0.614	0.466	0.438	0.434	0.434
	$n = 50$	PCAPE	0.986	0.451	0.218	0.150	0.130	0.120
		PCA	0.990	0.607	0.449	0.414	0.406	0.403
$s = 25$	$n = 5$	PCAPE	0.984	0.439	0.227	0.167	0.150	0.140
		PCA	0.988	0.600	0.467	0.441	0.435	0.431
	$n = 25$	PCAPE	0.986	0.440	0.183	0.103	0.074	0.060
		PCA	0.991	0.616	0.446	0.397	0.383	0.379
	$n = 50$	PCAPE	0.987	0.438	0.178	0.098	0.066	0.051
		PCA	0.991	0.616	0.443	0.391	0.374	0.368
$s = 50$	$n = 5$	PCAPE	0.984	0.437	0.212	0.149	0.130	0.120
		PCA	0.988	0.597	0.448	0.414	0.406	0.403
	$n = 25$	PCAPE	0.986	0.440	0.176	0.097	0.066	0.051
		PCA	0.991	0.618	0.442	0.391	0.374	0.368
	$n = 50$	PCAPE	0.987	0.437	0.172	0.092	0.059	0.044
		PCA	0.991	0.618	0.441	0.389	0.369	0.361

表 3. 相対スケール尺度の対訳

元尺度名	日本語訳
Thrilling–Boring	スリリングな–退屈な
Intelligent–Idiotic	知的な–ばかばかしい
Erotic–Not Erotic	性的な–性的でない
Sensitive–Insensitive	感情的な–非感情的な
Interesting–Uninteresting	興味深い–興味の湧かない
Fast–Slow	速い–遅い
Intellectually Stimulating	知的刺激を与える
–Intellectually Dull	–知的につまらない
Violent–Peaceful	暴力的な–平和的な
Caring–Callous	思いやりのある–無慈悲な
Satirical–Not Satirical	風刺的な–風刺的でない
Informative–Uninformative	有益な–無益な
Touching–Leave Me Cold	感動的な–感動的でない
Deep–Shallow	深い–浅い
Tasteful–Crude	上品な–下品な
Real–Fantasy	現実的な–幻想的な
Funny–Not Funny	おかしい–おかしみのない

2015; Giordani, Kiers & Del Ferraro, 2014) である。このデータは、40名の大学生が15のテレビ番組に対して16の相対スケール尺度(表3)を用いて13段階

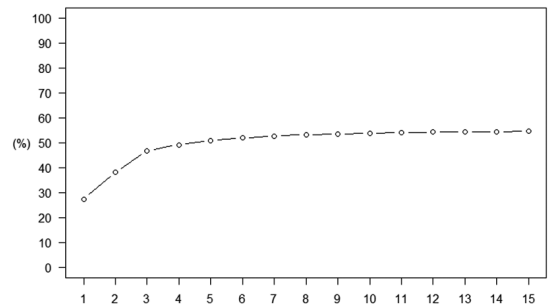


図 2. 成分数によるデータの説明率の変化

で評価したもののうち、欠損値のなかった30名分を採用したデータである。

このデータに対し、成分数はデータの説明率の変化(図2)を考慮し、説明率の変化量が小さくなる直前の3と定めて分析を行った。Varimax回転を行った結果得られた負荷量とテレビ番組の得点が表4および表5である。また、負荷量および得点の符号は解釈のために適宜反転させている。

まず、各成分の解釈について考える。表4および表5から成分1に高い負荷を持つ尺度は「有益な」「知的刺激を与える」「知的な」が並んでいる。また、成分1の

表 4. 各尺度に与えられる成分負荷行列
各変数ごとに絶対値が最大の値はボールドで示している

尺度名	リアリティ	ユーモア	ハートフル
有益な-無益な	0.717	-0.110	0.311
知的刺激を与える-知的につまらない	0.693	-0.027	0.336
知的な-ばかばかしい	0.674	-0.075	0.303
現実的な-幻想的な	0.652	-0.315	0.276
興味深い-興味の湧かない	0.614	0.194	0.187
スリリングな-退屈な	0.562	0.270	-0.005
速い-遅い	0.485	0.257	-0.092
風刺的な-風刺的でない	0.016	0.746	0.022
おかしい-おかしみのない	0.071	0.715	0.207
性的な-性的でない	0.018	0.536	-0.106
感情的な-非感情的な	0.17	0.031	0.645
思いやりのある-無慈悲な	0.113	0.011	0.643
感動的な-感動的でない	0.232	0.155	0.543
上品な-下品な	0.305	-0.106	0.538
暴力的な-平和的な	0.413	0.056	-0.508
深い-浅い	0.474	-0.037	0.492

表 5. 各テレビ番組に与えられる成分得点
各成分の絶対値の上位3位まではボールドで示している

テレビ番組	ジャンル	リアリティ	ユーモア	ハートフル
60 Minutes	ニュース	1.438	-0.433	0.425
News	ニュース	1.437	-0.948	-0.399
Little House on the Prairie	ホームドラマ	-1.335	-0.807	1.236
Let's Make a Deal	クイズ	-1.273	-0.458	-1.058
Jacques Cousteau	ドキュメンタリー	1.024	-0.973	0.733
Mash	ブラックコメディドラマ	0.726	1.464	0.840
Mork & Mindy	コメディ	-0.810	1.377	0.531
Saturday Night Live	コメディバラエティ	-0.145	1.228	-1.180
The Tonight Show	エンターテインメント	0.218	1.091	0.116
Wild Kingdom	ドキュメンタリー	0.426	-0.964	0.584
All in the Family	シリアスドラマ	-0.193	0.944	0.477
Football	スポーツ	0.717	-0.501	-1.505
The Waltons	ホームドラマ	-1.219	-0.890	1.422
Charlie's Angels	アクションドラマ	-0.969	-0.056	-1.188
Kojak	刑事ドラマ	-0.042	-0.072	-1.034

得点が高い番組としては「60 Minutes」や「News」などのニュースが並んでおり、低い番組としては「Little House on the Prairie」や「The Waltons」などのドラマや「Let's Make a Deal」のようなクイズが並んでいる。これらのことから、成分1は「リアリティ」を表す成分であると言える。次に、成分2に高い負荷を

持つ尺度としては「風刺的な」「おかしい」「性的な」があげられ、得点が高い番組としては「Mash」「Mork & Mindy」「Saturday Night Live」のようなコメディが並んでいる。これらのことから、成分2は「ユーモア」を表す成分であることとみることができる。最後に、成分3に高い負荷を持つ尺度としては「感情的な」「思

表 6. 各個人の評価傾向

個人 No	リアリティ	ユーモア	ハートフル
1	-0.512	0.407	0.399
2	0.352	0.382	0.497
3	0.822	0.311	-0.152
4	0.105	0.514	0.019
5	0.058	0.313	0.050
6	-0.524	-0.029	-0.156
7	0.205	0.480	0.046
8	-0.634	-0.375	-0.475
9	0.043	-0.706	-0.219
10	0.125	-0.163	-0.103
11	0.104	0.085	-0.699
12	0.317	-0.248	-0.089
13	-0.065	-0.105	0.231
14	0.005	-0.185	-0.116
15	0.097	0.233	-0.042
16	0.132	0.481	-0.085
17	-0.497	-0.805	-0.389
18	-0.465	-0.819	-0.054
19	0.169	-0.349	0.242
20	0.336	0.477	-0.055
21	-0.866	-0.552	-0.285
22	0.034	-0.054	0.279
23	-0.165	0.399	0.318
24	0.155	0.237	1.005
25	0.014	-0.652	-0.109
26	0.358	0.035	-0.081
27	-0.266	0.063	-0.477
28	-0.145	-0.076	-0.293
29	0.056	0.192	0.245
30	0.653	0.510	0.550

いやりのある」「感動的な」があげられ、得点が高い番組としては「The Waltons」や「Little House on the Prairie」などのホームドラマ、低い番組としては「Football」「Charlie's Angels」「Let's Make a Deal」などのスポーツやクイズが並んでいる。これらのことから、成分3は「ハートフル」を表す成分だと解釈できる。

次に、個人の得点（表6）について考察を行う。これらの得点はある個人がテレビ番組に関して一般的に感じやすい傾向を示しているといえる。例えば、個人3はテレビ番組一般に対して「リアリティがある」と評価しやすく、個人24は「ハートフルだ」と評価しや

すいと考えられる。

また、個人 i の刺激 j に対する印象は個人 i の得点と刺激 j の得点の和で表されることから、刺激の成分得点をプロットした図に各個人の成分得点の正負の符号を逆転した値をとった点をプロットし、各個人の点を各個人にとっての原点であるとみなすことによって、一枚の図で全ての個人と全ての刺激との関係を概観することができる（図3）。図3では○で各テレビ番組が示され、□で個人が示されている。なお、図の簡便のためにこの図では個人3を表す点のみを表示している。個人の点は各個人にとっての原点の位置を表していることから、この図から各個人が各刺激に抱いている

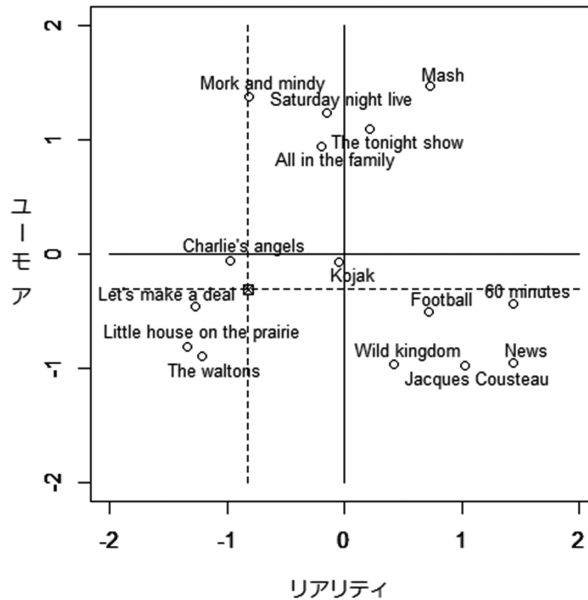


図 3. 刺激と個人の同時プロット

表 7. 個人 3 と Wild Kingdom の成分得点の和と、個人 3 の Wild Kingdom に対する各成分の上位 3 尺度の値の平均

	成分得点の和			尺度得点の平均		
	リアリティ	ユーモア	ハートフル	リアリティ	ユーモア	ハートフル
No.3	1.249	-0.654	0.432	1.35	-0.340	1.123
全体平均	0.426	-0.964	0.584	0.645	-0.574	0.370

印象を視覚的に概観することができる。例えば「Wild Kingdom」は全体的にはリアリティが高くも低くもないが、個人 3 は「リアリティがある」という印象を持つことが推測可能である。このことは、データと照らし合わせても確認できる（表 7）。表 7 は、個人 3 における個人の成分得点と刺激の成分得点の和と、各成分の負荷量の高い上位 3 尺度の評価値の平均を示しており、ここからも図 3 で示されている Wild Kingdom に対する個人間の評価の違いが実データを概観するものになっていることがわかる。

6. まとめと今後の課題

本研究では、SD 法を代表とする手法で得られる、3 相データを分析する新たな分析手法を提案した。PCAPE では個人 i の刺激 j に対する印象は、各刺激の特徴と個人 i の評価傾向の和で定まると仮定し、それらと負

荷行列からなる最小二乗基準を示し、その最適化のアルゴリズムを示した。人工データを用いたシミュレーションでは、誤差の強さ、刺激の数、個人の数を変化させたデータセットの分析を行い、負荷行列の再現性を確認し、PCAPE の妥当性と、誤差が大きいデータに対する有用性が示された。実データであるテレビ番組の評価データの分析では、PCAPE を用いることで解釈可能な解が得られることが示され、データから一貫した個人差を探索可能であるという PCAPE の意義が示された。

本研究によって得られた成果の応用可能性としては、個人の評価傾向を知ることにより、各個人に狙った印象を与える刺激が判明することを利用し、適切なリコメンドが行えるようになるということが挙げられる。例えばテレビ番組ならば、ハートフルな番組が良いがハートフルすぎても気持ち悪いと感じる人には、その人の評価傾向を知ること適切なハートフルさを感じ

る番組を推薦することが可能である。さらに、より大規模なデータの収集を行うことにより、特定の属性層の評価傾向を知ることで、製品マーケティングなどへも応用可能であり、またその際の個人差の刺激によらない一貫性が存在しているかの確認にも有用である。

本研究では主成分分析モデルをもとに、その成分得点を個人由来の部分と刺激由来の部分とに分離することで、個人差と刺激差を同時に推定することを達成した。しかしながら、今回分析に用いた実データに対する説明の度合いは約 50% であり、データを十分に記述できたとは言いがたい。今後は、従来の productive なモデルと組み合わせる等、データをより簡便かつ詳細に記述する手法の開発が望まれる。

謝 辞

本論文の執筆にあたり、2 名の査読者の先生方には大変丁寧なご査読をしていただき、多くの大変有用でかつ建設的なコメントを頂きました。また編集長の星野崇宏先生からは大変貴重なご助言をいただきました。心より感謝申し上げます。なお、本研究の一部は国立研究開発法人科学技術振興機構（JST）の研究開発事業「センター・オブ・イノベーション（COI）プログラム」の支援および JSPS 科研費 JP15H06764 の助成を受けたものです。

参 考 文 献

- Adachi, K. (2011). Three-way tucker2 component analysis solutions of stimuli \times responses \times individuals data with simple structure and the fewest core differences. *Psychometrika*, **76**, 2, 285–305.
- Gere, A., Losó, V., Györey, A., Kovács, S., Huzsvai, L., Nábrádi, A., Kókai, Z., & Sipos, L. (2014). Applying parallel factor analysis and tucker-3 methods on sensory and instrumental data to establish preference maps: case study on sweet corn varieties. *Journal of the Science of Food and Agriculture*, **94**, 15, 3213–3225.
- Giordani, P., Kiers, H. A. L., & Del Ferraro, M. A. (2014). Three-way component analysis using the R package ThreeWay. *Journal of Statistical Software*, **57**, 7, 1–23.
- Harshman, R. A. (1970). Foundations of the parafac procedure: Models and conditions for an explanatory multimodal factor analysis. *UCLA Working Papers in Phonetics*, **16**, 1–84.
- Kaiser, H. F. (1958). The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika*, **23**, 3, 187–200.
- Khatri, C. G. & Rao, C. R. (1968). Solutions to some functional equations and their applications to characterization of probability distributions. *Sankhy*: The Indian Journal of Statistics, Series A (1961–2002), **30**, 2, 167–180.
- Kiers, H. A. L. (1988). Comparison of “anglo-saxon” and “french” three-mode methods. *Statistique et analyse des données*, **13**, 3, 14–32.
- Kiers, H. A. L. (1991). Hierarchical relations among three-way methods. *Psychometrika*, **56**, 3, 449–470.
- 小島隆矢 (2000). 3 相 3 元データに対する因子分析の適用法—個人差へのアプローチ. 光大澤 (編) 「印象の工学」とはなにか (pp.182–192). 丸善プラネット.
- Kristof, W. (1970). A theorem on the trace of certain matrix products and some applications. *Journal of Mathematical Psychology*, **7**, 3, 515–530.
- Kroonenberg, P. M. (2008). *Applied multiway data analysis*. Wiley-Interscience.
- Kroonenberg, P. M. & de Leeuw, J. (1980). Principal component analysis of three-mode data by means of alternating least squares algorithms. *Psychometrika*, **45**, 1, 69–97.
- Liu, S. & Trenkler, G. (2008). Hadamard, khatri-rao, kronecker and other matrix products. *International Journal of Information and Systems Sciences*, **4**, 1, 160–177.
- Lucia, F. D., Do Carmo, J. R., Morais, C. S. N., Nunes, C. A., Pinheiro, A. C. M., Ferreira, E. B., Pinto, S. M., de Abreu, L. R., & Vilas Boas, E. V. d. B. (2016). Physicochemical and sensory quality of several commercial brazilian chocolate milk beverages. *International Journal of Dairy Technology*, **69**, 3, 364–371.
- Lundy, M. E., Harshman, R. E., & Kruskal, J. B. (1989). A two-stage procedure incorporating good features of both trilinear and quadrilinear models. In Coppi, R. & Bolasco, S. (Eds). *Multiway Data Analysis* (pp.123–130). North-Holland Publishing Co.
- Murakami, T. & Kroonenberg, P. M. (2003). Three-mode models and individual differences in semantic differential data. *Multivariate Behavioral Research*, **38**, 2, 247–283.
- Nunes, C. A., Pinheiro, A. C. M., & Bastos, S. C. (2011). Evaluating consumer acceptance tests by three-way internal preference mapping obtained by parallel factor analysis (parafac). *Journal of Sensory Studies*, **26**, 2, 167–174.
- 大山正・瀧本誓・岩沢秀樹 (1993). セマンティック・ディファレンシャル法を用いた共感覚性の研究—因子構造と因子得点の比較—. *行動計量学*, **20**, 55–64.
- Osgood, C. E., Suci, G. J., & Tannenbaum, P. (1957). *The Measurement of Meaning* (1st ed.). University of Illinois Press.
- R Core Team (2015). *R: A Language and Environ-*

- ment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- 清水祐一郎・土斐崎龍一・坂本真樹 (2014). オノマトペごとの微細な印象を推定するシステム. 人工知能学会論文誌, **29**, 1, 41–52.
- 菅千索 (1983). Parafac と Alscal による SD 法データの新しい分析法. 京都大学教育学部紀要, **29**, 145–157.
- Ten Berge, J. M. F. (1993). *Least squares optimization in multivariate analysis (M&T series)*. DSWO Press, Leiden University.
- Tucker, L. (1966). Some mathematical notes on three-mode factor analysis. *Psychometrika*, **31**, 3, 279–311.
- 若田忠之・齋藤美穂 (2014). 香りの分類における心理学的検討：—SD 法を用いた印象による香りの分類—. 日本感性工学会論文誌, **13**, 5, 591–601.

(2015年10月13日受理, 2017年4月22日採択)

(この間審査5回・審査期間合計201日)