

授業中に口頭でもいいましたが、演習問題 r2-(6) に訂正あり。[2026/04/13]

## 単一化 (unification)

- 単一化 (unification)  
直観的には、述語 (ゴール) 同士の変数に矛盾のないような代入をして見た目をそろえること。Prolog を実行したときに起こる基本操作である。
- head unification  
ゴール節のゴールと確定節のヘッド部のゴールの間の単一化。この結果確定節のボディ部に単一化の結果が反映される。

例: r1 練習問題 1(3) の論理的意味と動作

```
% database
parent(tom,bob).
parent(tom,liz).
parent(pam,bob).
parent(bob,pat).
parent(pat,jim).

male(tom).
male(bob).
male(jim).
female(pam).
female(liz).
female(pat).

father(X,Y) :- parent(X,Y), male(X).
```

論理的意味

$X$  が  $Y$  の親で、かつ、 $X$  が男性ならば、 $X$  は  $Y$  の父である。

実行過程

`:- father(X,Y).` を実行すると、まず、`parent(X,Y)` を実行する。

このゴールと `parent` の定義の一番上にある `parent(tom,bob)` と

単一化が成功し、 $X=\text{tom}$ ,  $Y=\text{bob}$  を得る。

続いて `male(tom)` を実行すると、`male(tom)` がデータベースに書かれているので

この単一化も成功し (変数がないので代入することなく一致) `male(tom)` というゴールも成功する。

したがってすべてのボディゴールが成功するので、`father(X,Y)` が成功し、

$X=\text{tom}$ ,  $Y=\text{bob}$  を最初の解として得る。

( ; をタイプすると、バックトラックして別解を探しに行く。 )

## 単一化と計算の方向性

Prolog は本来入出力の方向性をもたない。たとえばプログラムに書かれた

```
parent(jim,pat).
```

という節に対し、

```
?- parent(jim,pat). には yes を、
```

```
?- parent(X,pat).   には X=jim を、
```

```
?- parent(jim,X).   には X=pat を、
```

?- parent(X,Y). には X=jim,Y=pat をそれぞれ返す .

しかし, 方向性を意識したプログラミングも可能である . たとえば, 下記 sum(N,M) は 第 1 引数が入力, 第 2 引数が入力または出力という使われ方しか想定していない . したがって, ?- sum(N,10). のようなゴールは考える必要はない .

また, 全解探索の指示がない場合は解を 1 つ見つけて成功すればよく, 全解探索をする必要はない .

## 式の評価 (計算) = と is

X = 1+2      左辺, 右辺とも評価をしない . X は 1+2 と単一化される .

X is 1+2      左辺は評価をしない . 右辺は評価をする . X は 3 と単一化される .

数値については大体は下の書き方になる .

X is Y というゴールに対しては, Y に具体的な数値がいなければ成功しない

X = taro      X は taro と単一化される

X is taro      これは誤り

- 論理的に正しくても実行系依存で正しく動作しない場合がある .
- Prolog が左から右, 深さ優先で実行されることに注意し, どの変数が具体化されているのかを考えること
- 原則として, 数値計算には is を使用して is の右辺はそれまでに値が具体化されているように書く .
- 項 (オブジェクト) として単一化したい場合は = を使用する .

## 再帰プログラミングの方法

0 から N までの自然数の和が M であるという関係を表す述語 sum(N,M) を定義する .

(1) 0 から 0 までの和は 0 である .

sum(0,0).

(2) 0 から N までの和 M と 0 から N-1 までの和 M1 の関係は? M1 に N を加えると M になる .

M is M1+N

(3) M,M1 はそれぞれ 0 から N までの和, 0 から N-1 までの和であるから

sum(N,M), sum(N-1,M1) が成り立つ .

sum(N,M) :- sum(N-1,M1), M is M1+N.

(4) sum(N-1,M1) と書くと, たとえば 2-1 は '2-1' という項と見なされ評価されない . これを評価させるため, 以下のように書き換える .

sum(N,M) :- N1 is N-1, sum(N1,M1), M is M1+N.

この結果, プログラムは以下ようになる .

節, ゴールを書く順序に注意 (左から右, 上から下に実行) .

sum(0,0).

sum(N,M) :- N1 is N-1, sum(N1,M1), M is M1+N.

## 練習問題

(1) では、実行時のゴール節には必ず第 1 引数に常に定数がいっていると考え、 $?- a(X, 8189)$  のようなものを考える必要はない。さらに、特別な指示がなければ解は 1 個見つかったら終了する。今後の課題はすべてこの仮定でプログラムしてください。

- 2 の  $X$  乗が  $Y$  であることを表す述語  $\text{pow2}(X, Y)$  を引き算を使って再帰的に定義せよ。たとえば、 $\text{pow2}(5, Y)$  は  $Y=32$  となって成功する。ただし、 $X$  を 0 以上の自然数とし、これ以外の入力はないものとする。
- $X$  を 3 で割った時のあまりが  $Z$  である関係を表す述語  $\text{rem3}(X, Z)$  を引き算を使って再帰的に定義せよ。たとえば、 $\text{rem3}(5, Y)$  は  $Y=2$  となって成功する。ただし、 $X$  を 0 以上の自然数とし、これ以外の入力はないものとする。

## 演習問題 (r2)

\* のついている問題はオプション課題。

- $N$  の  $X$  乗が  $Y$  であることを表す述語  $\text{pow}(N, X, Y)$  を引き算を使って再帰的に定義せよ。たとえば、 $\text{pow}(2, 5, Y)$  は  $Y=32$  となって成功する。ただし、 $N, X$  を 0 以上の自然数とし、これ以外の入力はないものとする。注意：0 の 0 乗は 1 である。
- $X$  を  $Y$  で割った時のあまりが  $Z$  である関係を表す述語  $\text{rem}$  を引き算を使って再帰的に定義せよ。たとえば、 $\text{rem}(5, 3, Z)$  は  $Z=2$  となって成功する。ただし、 $X, Y$  は 0 以上の自然数で、 $Y \neq 0$  とする。
- $\text{fact}(N, M)$  が、 $M$  が  $N$  の階乗であるような関係を表すとするとき、 $\text{fact}$  を定義せよ。たとえば  $\text{fact}(5, 120)$  は成功し、 $\text{fact}(5, X)$  は  $X = 120$  を返す。ただし、 $N, M$  は 1 以上の自然数とする。また、 $\text{fact}(X, 120)$  は計算できなくてよい。
- $\text{edge}(N, M)$  が有向グラフにおいてノード  $N$  から ノード  $M$  への長さ 1 のエッジがあるという関係を表すとする。図 2.1 において、与えられたノード  $N$  から  $M$  までの距離を  $L$  とするとき、 $N, M, L$  の関係を表す述語  $\text{dist}(N, M, L)$  を  $\text{edge}$  を用いて再帰的に定義せよ。 $N, M, L$  を変数としたとき、全解が得られることを確認せよ。(ただし経路が複数あるものはその数だけ同一解が得られる。)

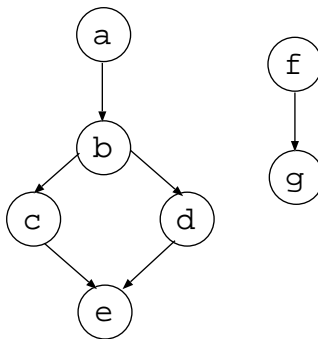


図 2.1

- \*  $s$  を自然数から自然数への関数とし、 $s(x)$  は  $x + 1$  を表すものとする。このとき、自然数を  $0, 1, 2, \dots$  と表現する方法を  $\text{EXP1}$  とし、

$0 \rightarrow 0$   
 $1 \rightarrow s(0)$   
 $2 \rightarrow s(s(0))$   
 $3 \rightarrow s(s(s(0)))$   
 $\vdots$

のように,  $0, s(0), s(s(0)), \dots$  で表現する方法を EXP2 とする.

このとき, EXP1 から EXP2 への変換に相当する述語  $\text{convert}(\text{EXP1}, \text{EXP2})$  を定義せよ. たとえば  $\text{convert}(3, P)$  は  $P = s(s(s(0)))$  を返す.

- (6) 練習問題 2 解答例プログラムについて, (i) **2 つの節それぞれの**論理的意味を示せ. 命題の形になっていること, すなわち, 引数への入出力を書くのではなく, 「C である」「A かつ B ならば C である」のように記述すること. (ii)  $?- \text{rem3}(5, Y).$  を実行したときの実行過程を示せ. トレースを貼り付けてはいけない. 「ゴール」「実行」「単一化 (ユニフィケーション)」という用語をすべて用いてどのゴールとどの節のヘッドが単一化されて変数がどう書き換わり, どのゴールが呼ばれるなどを段階的に記述すること.