1E1-1

矩形を対象とする定性空間推論

Qualitative spatial reasonig for rectangle

小西　貴子　　高橋　和子
Takako Konishi　　Kazuko Takahashi

関西学院大学大学院　理工科学研究科
Graduate School of Science&Technology, Kwansei Gakuin University

By using qualitative reasonig,we expect reduction in computational complexity, but it is not shown that realistic application example. In my reserch,I propose qualitative spatial reasonig for rectangle as an application of it. Overlaping rectangles, I use only necessary information qualitatively in information of rectangle, propose symbolic expressions, and propose new reasoning base on them.

1. はじめに

定性空間推論とは，画像を扱うとき，従来のラスタデータ方式やベクタデータ方式ではなく，必要な情報を定性的なデータとして取り出して記号で表現し，それを基に行う推論である．定性空間推論については多くの研究がおこなわれている [1][2] が，実質的な応用がほとんど成されていない．

本研究では，定性空間推論の１つとして，矩形を対象とするものを提案する．これは，隠したい部分と表示したい部分を持つ複数枚の矩形を重ね合わせることによって，隠したい部分をすべて隠し，かつ表示したい部分をすべて表示する重ね合わせを推論する．従来の研究で矩形の配置を扱ったものは多く存在するが，それらの研究は矩形を重ねず配置するものである．それに対し本研究は，重ね合わせによって配置を推論する新しいものである．その推論を定性的な情報を基に行うことによって，情報量と計算量の削減し，直観的に分かり易く，かつ論理的に正当性保証できる推論の確立を目指す．

2. 章では，対象とする図形である *rectangle* の定義と制約条件について述べる．
3. 章では，3 枚の *rectangle* の重ね合わせについて説明する．
4. 章では，n 枚の *rectangle* の重ね合わせについて説明する．
5. 章では，結論と今後の課題について述べる．

2. 対象とするもの

本研究で使う「矩形」とは長方形のことであり，４つの角がすべて直角の四角形を指す．

対象とするものを *rectangle* と呼ぶ．

rectangle は以下の条件を満たすものとして定義される．

$\boxed{rectangle\text{ の定義}}$

rectangle は矩形である．

rectangle の内部は，表示させる属性 *white* を持つ *region*(以下，*white*) と，隠される属性 *black* を持つ *region*(以下，*black*) に分割されており，また *rectangle* の外部は，表示しても隠してもよい属性 *gray* をもつ *region*(以下，*gray*) である．

rectangle の大きさ，*rectangle* 内の縦横の辺の比率は可変である．

$\boxed{rectangle\text{ の制約条件}}$

white は矩形である．

black は，1 つの *rectangle* 内に離れて存在しない．

black は，矩形であるか，または矩形以外で以下の条件を満たす形である．

$\boxed{black\text{ の条件}}$

black の部分領域を，R_1，R_2 とする．

R_1，R_2 は共に矩形である。

R_1，R_2 は以下の条件を満たす．

$R_1 \cup R_2 = black$

$R_1 \cap R_2 \neq \emptyset$

$\overline{R_1} \cap R_2 \neq \emptyset$

$R_1 \cap \overline{R_2} \neq \emptyset$

$R_1 \cap R_2$,$\overline{R_1} \cap R_2$, $R_1 \cap \overline{R_2}$ 全て矩形である．

上記の条件を満たす *black* の形は，L 型，T 型，＋ 型に分類でき，またこれら以外の場合はない．

図 1 に，*rectangle* の制約条件を満たす *rectangle* と満たさない *rectangle* の例を示す．

図 1: 左から順に，L型，T型，＋型，条件を満たさないもの

rectangle X に含まれる *white* を，それぞれ $\alpha x_1,\ldots,\alpha x_n$ と名付け，また *black* を規則に従って βx または βx_n と名付ける．

複数枚の *rectangle* の重ね合わせを考えるとき，*black* が全て *white* で隠され，かつ *white* がすべて表示されている状態が存在するとき，**解がある**ということにする．

連絡先: 〒 669-1337 三田市学園 2 丁目 1 番地 関西学院大学大学院理工学研究科情報科学科 高橋和子研究室
小西　貴子
(Phone/FAX) 079-565-8391
(E-mail)t.konishi@kwansei.ac.jp

また重ね合わせを行うとき, 複数枚の *rectangle* のうち，1 枚は全体が *white* である *rectangle* でないと，解が存在しないことが明らかなので，必ず 1 枚がそのような *rectangle* であることにする．また今回は，全体が *white* である *rectangle* が 2 枚以上ある場合については，考えないものとする．

重ね合わせの問題を考えるためには，βx がそれと接している *rectangle* X の *subregion* とどのような位置関係になっているかを考えればよい．

βx を中心に *rectangle* 内の位置関係を定性的に表す U, D, R, L という述語を導入する．

rectangle 内の任意の *black* の *subregion* は，この述語を使って βx との位置関係を表すことができる．

例えば，$U(\beta x, X)$ は，「βx の上に X がある (x : *rectanglename* X : *subregion*)」ということを表す．同様に，下右左についても $D(\beta x, X)$, $R(\beta x, X)$, $L(\beta x, X)$ で表すことができる．

この述語を用いるとき，$U(\beta x, X)$ と表せる X は唯一である．D, R, L についても同様である．

また，この述語を用いたとき，U と R または U と L，D と R，D と L の関係をそれぞれ直交ということにする．

3.　3 枚の *rectangle* の重ね合わせ

全体が *white* の *rectangle* を除いた，残り 2 枚の *rectangle* を考える．

rectangle に含まれる *black* の形が，2 枚とも矩形の場合，2 枚とも矩形でない場合は明らかなので，1 枚の *rectangle* に含まれる *black* が矩形，もう 1 枚の *rectangle* が矩形でない場合に，解があるかの判定を行う．

本研究では，2 枚の *rectangle* を重ね合わせる関数 on と，矩形でない *black* の形から，その *black* を含む *rectangle* との重ね合わせにおいて解がある *rectangle* を推論する方法を提案する．この 2 つは，枚数が増えた場合にも適用でき，次の推論へつなげることができるようになる．

rectangle X の前面に *rectangle* Y を重ね合わせるときを考える．

rectangle X，*rectangle* Y の位置関係をそれぞれ

$$\begin{aligned} &rectangleX : U(\beta x, X_u), D(\beta x, X_d), R(\beta x, X_r), L(\beta x, X_l) \\ &rectangle\,Y\ :\ U(\beta y, Y_u), D(\beta y, Y_d), R(\beta y, Y_r), L(\beta y, Y_l) \end{aligned}$$

と表せるとき，以下で導入する関数 *on* に基づいて重ね合わせたあとの位置関係を，新たに βz を中心とした位置関関係で表す．

$\boxed{on(\beta x, \beta y)}$

重ね合わせる 2 枚の *rectangle* に含まれる *black* が共に矩形である場合．

U の書き換えは，

if $U(\beta y, \gamma)$ **then**
　add $U(\beta z, X_u)$
else
　add $U(\beta z, Y_u)$
end if

となる．D, R, L も同様である．

それ以外の場合．

U の書き換えは，

if $U(\beta x, \alpha x_n) \wedge \neg U(\beta y, \gamma)$ **then**
　false 失敗を出力し終了
else if $U(\beta x, X_u) \wedge U(\beta y, \gamma)$ **then**
　add $U(\beta z, X_u)$
else
　add $U(\beta z, Y_u)$
end if

となる．D, R, L も同様である．

上記の関数 $on(\beta x, \beta y)$ を行うと，各 *rectangle* の *subregion* の位置関係を表す際に中心となる βx，βy 同士を重ね合わせ，その領域を新たに中心となる βz とし，重ね合わせたあとに前面にくる *subregion* を，βz を中心とする位置関係として表している

新たに構成された，β_z を中心とする位置関係の情報から，*rectangle* を重ね合わせた後の前面にある *black* が矩形であるかないかの判定を以下のように行う．

$$\begin{aligned} &(U(\beta z, \beta a_k) \vee D(\beta z, \beta b_l)) \wedge \neg R(\beta z, \beta_{cm}) \wedge \neg L(\beta z, \beta d_n) \oplus \\ &(R(\beta z, \beta a_k) \vee L(\beta z, \beta b_l)) \wedge \neg U(\beta z, \beta_{cm}) \wedge \neg D(\beta z, \beta d_n) \oplus \\ &\quad \neg(U(\beta z, \beta a_k) \vee D(\beta z, \beta b_l) \vee R(\beta z, \beta c_m) \vee L(\beta z, \beta d_n)) \qquad (1) \\ &\qquad (k, l, m, n > 0) \\ &\qquad (a, b, c, d = rectangle\,name) \end{aligned}$$

上の式で，$A \oplus B$ は，A, B いずれかの式のみが成り立つという意味である．

βz を中心とする位置関係が式 (1) を満たすとき，βz を中心とする *black* は矩形であることがいえる．

本研究の推論は，*black* の形の場合分けによって行うので，この式 (1) を用いることにより，*rectangle* を重ね合わせたあとの前面にある *black* の形が矩形であるかどうかを判定することができる．この考え方は，枚数が増えた場合にも適用でき，次の推論へつなげることができるようになる．

また，矩形でない *black* を持つ *rectangle* X に対して，解があるような *rectangle* Y の条件を推論する方法を考える．

これを行うことにより，重ねあわせによって前面にくる *subregion* の集合が矩形でなく，*rectangle* ではないので on が使えない場合も，*black* の形のみからその *black* に対し解がある *rectangle* を推論できる．この考え方は，枚数が増えた場合にも適用でき，次の推論につなげることができるようになる．

rectangleX と *rectangleY* を重ね合わせたとき，残る *black* が矩形になっていれば解が存在する．よって，βx_1 あるいは βx_2 のどちらかが *rectangle* Y の *white* によって隠され，かつ βy が βx の上に重なればよい．

これをふまえて考えると，*rectangle* X に対して解がある *rectangle* Y は βx から見て βx_1 または βx_2 がある方向に *white* をもつようなものである．

これを式を用いて表すと，次のようになる．

βx から見て，上または下の方向にある βx_n の前面に置かれる *rectangle* Y の *subregion* は

$$U(\beta x, \beta x_n) \wedge \neg D(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } U(\beta y, \alpha y_1) \wedge D(\beta y, \gamma) \quad (2)$$

$$D(\beta x, \beta x_n) \wedge \neg U(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } D(\beta y, \alpha y_1) \wedge U(\beta y, \gamma) \quad (3)$$

$$U(\beta x, \beta x_n) \wedge D(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } U(\beta y, \alpha y_1) \wedge D(\beta y, \alpha y_2) \quad (4)$$

のいずれかの条件を満たす．

この式 (2)(3)(4) は上下方向のみの βx_n で制約条件をつけているので，左右方向の制約条件はない．

また，βx から見て，右または左の方向にある βx_n を隠す $rectangle\,Y$ は

$$R(\beta x, \beta x_n) \wedge \neg L(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } R(\beta y, \alpha y_1) \wedge L(\beta y, \gamma) \quad (5)$$

$$L(\beta x, \beta x_n) \wedge \neg R(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } L(\beta y, \alpha y_1) \wedge R(\beta y, \gamma) \quad (6)$$

$$R(\beta x, \beta x_n) \wedge L(\beta x, \beta x_m) \text{ のとき } R(\beta y, \alpha y_1) \wedge L(\beta y, \alpha y_2) \quad (7)$$

のいずれかの条件を満たす．

式 (2)(3)(4) 同様に，式 (5)(6)(7) も左右方向のみの βx_n で制約条件をつけているので，上下方向の制約条件はない．

このように，$rectangle\,X$ に対して，解がある $rectangle\,Y$ は (2)(3)(4) のうちいずれか１つ，(5)(6)(7) のうちいずれか１つ，合計２つ存在する．この２つの $rectangle$ を $rectangle\,X$ に対する基本形の $rectangle$(以後，$rectangle\,X$ の基本形) と呼ぶことにする．

例として図２の $rectangle\ X$ を考える．$rectangle\ X$ は式 (2) と式 (7) を満たすので，$rectangle\ Y1$，$rectangle\ Y2$ が $rectangle\ X$ の基本形となる．

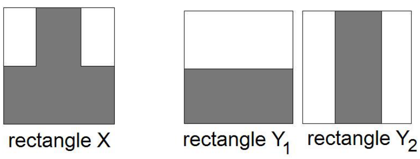

図 2: 基本形の例

さらに，基本形の他に解となる $rectangle\,Z$ を考える．基本形を拡張して新たな $rectangle\ Z$ を考えるとき，βx が $gray$ と接している方向には，$rectangle\,Y$ を拡張することができるが．基本形内の βy から見た $white$ の方向と直交する方向 (e.g. U に対して R) に拡張してしまうと，$white$ が矩形でなくなり，条件に反する．以上より，基本形内の $white$ の方向と逆方向に $gray$ がある場合のみ，その方向に拡張することができる

これを式で表すと，以下のようになる．

$$(U(\beta x, \alpha x_n) \wedge D(\beta x, \gamma)) \vee (D(\beta x, \alpha x_m \wedge U(\beta x, \gamma) \text{ のとき } U(\beta z, \alpha_{z1}) \wedge D(\beta z, \alpha_{z2}) \quad (8)$$

$$(R(\beta x, \alpha x_n) \wedge L(\beta x, \gamma)) \vee (L(\beta x, \alpha x_m \wedge R(\beta x, \gamma) \text{ のとき } R(\beta z, \alpha_{z1}) \wedge L(\beta z, \alpha_{z2}) \quad (9)$$

以上より，拡張形としては，(8)(9) を満たすものの最大２つ存在する．

例として，図３の $rectangle\ X$ を考える．$rectangle\ X$ は式 (8) を満たすので，$rectangle\,Y$ は $rectangle\,X$ の拡張形である．また，式 (9) も満たすので，これも $rectangle\ X$ の拡張形となる．

また，このように基本形から拡張された $rectangle$ は，$rectangle\ X$ に重ね合わせた場合，矩形にはならないので $rectangle$ の条件を満たさない (図 3)．

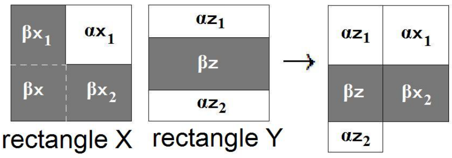

図 3: 拡張形の例

4. n 枚の $rectangle$ の重ね合わせ

本研究では，n 枚の $rectangle$ への拡張として，帰納的に n 枚の $rectangle$ の重ね合わせの方法を提案している．

n 枚の重ね合わせを行う際，$black$ が矩形であるにも関わらず βn_x を１枚以上持つ $rectangle$ が生成される場合があるので，このとき位置関係を正しく書き換える必要がある．

この操作を行う述語 $NewE(\beta e)$ を，以下に導入する．

$NewE(\beta e)$

if $\beta e_n = X_u \cup X_d$ **then**
  $U(\beta e, \gamma), D(\beta e, \gamma), R(\beta e, X_r), L(\beta e, X_l)$
end if
if $\beta e_n = X_r \cup X_l$ **then**
  $U(\beta e, X_u), D(\beta e, X_d), R(\beta e, \gamma), L(\beta e, \gamma)$
end if

本研究では，４枚の $rectangle$ については，条件を満たすような重ね合わせが存在するかを判定するシステムを prolog で構築した．

しかし，n 枚の $rectanlge$ の重ね合わせについては，すべての $rectangle$ の重ね合わせを網羅する形になっており，計算量が膨大になると考えられる．そのため，現実的ではないので，今後の更なる改良が必要であると考えている．

5. おわりに

本研究では，定性空間推論の数少ない例の１つとして，矩形を対象とする定性空間推論を提案した．今後の課題としては，n 枚の $rectangle$ の重ね合わせの改良と，現実問題への応用が挙げられる．

参考文献

[1] Christian Freksa，“ Using Orientation Information for Qualitative Spatial Reasoning, ”Proc. the International Conference GIS，1992.

[2] David A. Randell, Zhan Cui and Anthony G. Cohn，“ A spatial logic based on regions and connection，” Proc. KR92，1992.

[3] 雲川翔，高橋和子，“ 矩形領域に基づく定性空間推論の提案と実装，”情報処理学会第 72 回プログラミング研究会発表資料， 2009.