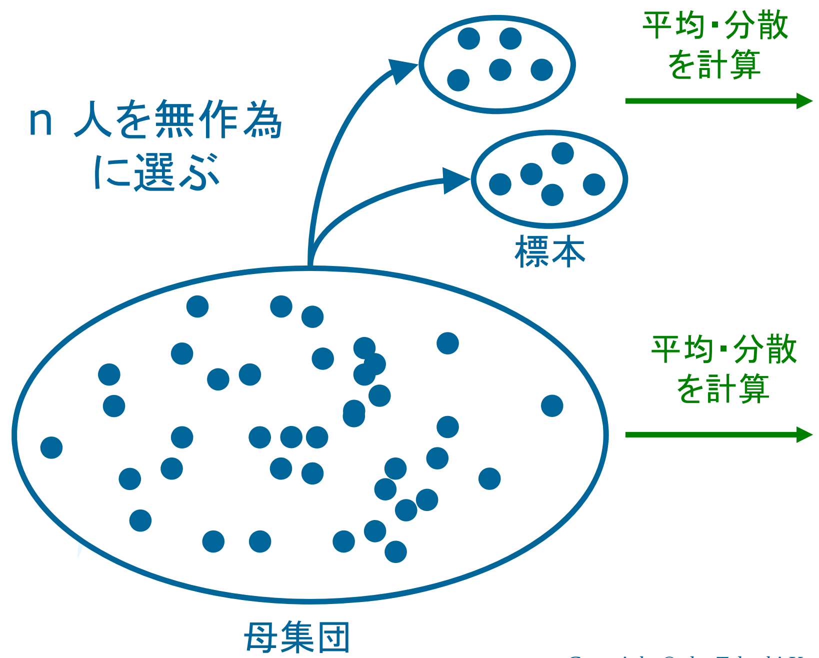
標本平均・標本分散



ある学年の
学生の身長
データ集合

標本平均の確率分布

- 無作為に選んだ n 人の学生の身長を $x_1, x_2, \ldots, x_n$ とするとき
- $$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$
- $$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2$$

標本平均の確率分布 (2)

- 標本平均の確率分布（平均）

$$E(\bar{X}) = E\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$$

$$=$$

$$= \mu$$

母集団は母平均μ母分散σ²の正規分布に従うと仮定

標本平均の確率分布 (3)

- 標本平均の確率分布（分散）

$$V(\bar{X}) = V\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i\right)$$

$$=$$

$$= \frac{\sigma^2}{n}$$

母集団は母平均μ母分散σ²の
正規分布に従うと仮定

標本平均の確率分布 (4)

- 母集団が母平均μ母分散σ^2の正規分布に従うとき、標本平均の確率分布は

$$E(\bar{X}) = \qquad , \quad V(\bar{X}) =$$

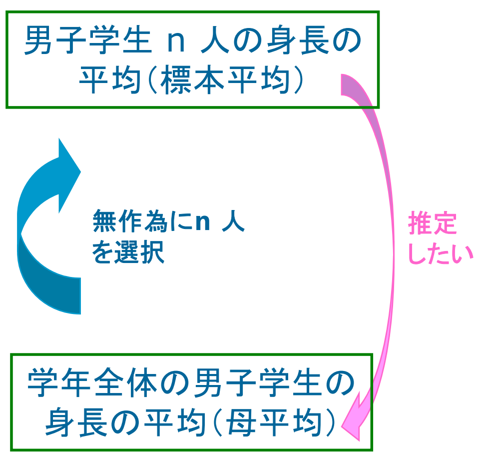
の正規分布に従う。すなわち

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2/n}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2/n} \right)$$

ケーススタディ

- ある学年の男子学生を無作為に n 人選び、身長を計測した。学年全体の男子学生の身長の平均μはいくらか？ （簡単のため母分散σ^2は既知とする）

⇒ 連続型確率分布（確率密度関数）を求める問題



ケーススタディ(つづき-2)

- 事象A:　身長の標本平均 h を計測
- 完全系{B(μ)}:母平均の値がμ
- 母平均がμのとき標本平均 h が観測される確率密度関数は

ケーススタディ(つづき-3)

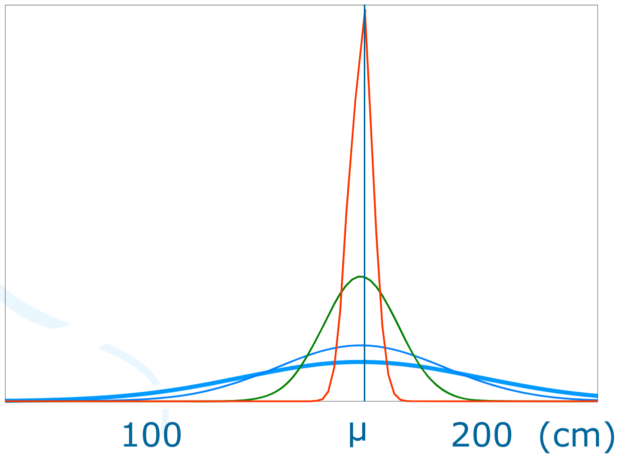
- ベイズの定理により

$$p(B(\mu)\,|\,A) = \frac{p(B(\mu))\,p(A\,|\,B(\mu))}{\int_{-\infty}^{\infty} p(B(x))\,p(A\,|\,B(x))dx}$$

$$= C \cdot \exp\left(-\frac{(h-\mu)^2}{2\sigma^2/n} \right)$$

ケーススタディ(つづき-4)

- 学年全体の男子学生の身長の平均を推定



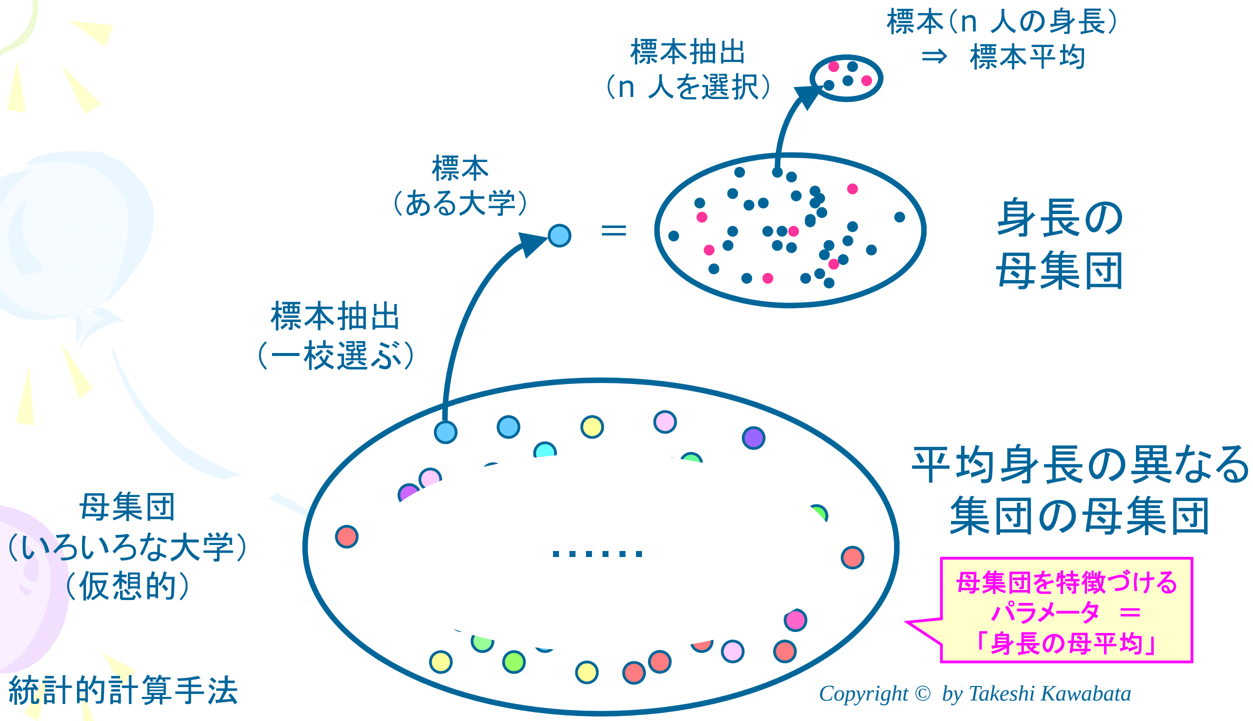
大数の(弱)法則

- 互いに独立で同一の分布を持つ確率変数列 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ において、$E(X_i) = \mu$ が存在するならば、統計量

$$\overline{X_n} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)$$

は、n を大きくするにつれて μ に収束する。

母集団の2重構造


標本（n 人の身長）
⇒ 標本平均
標本抽出
（n 人を選択）
標本
（ある大学）
＝
身長の
母集団
標本抽出
（一校選ぶ）
平均身長の異なる
集団の母集団
母集団
（いろいろな大学）
（仮想的）
……
母集団を特徴づける
パラメータ ＝
「身長の母平均」