線形予測分析

- z−変換
- 音声生成の線形モデル
- 全極型音声生成フィルタと逆フィルタ
- 線形予測分析
- 線形予測によるスペクトル概形分析

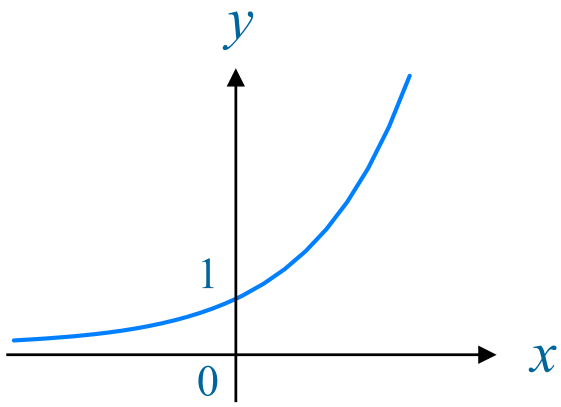
複素指数関数

- 複素関数
  - –
- 複素指数関数

$$\exp(x + jy) \equiv \exp(x)\left(\cos y + j\sin y\right)$$

【補足】（実）指数関数

$$y = \exp(x) \quad \left(= e^{x}\right)$$



フーリエ級数と複素指数関数

- オイラーの公式

$$\cos\theta = \frac{1}{2}\left(\exp(j\theta) + \exp(-j\theta)\right)$$

$$\sin\theta = \frac{1}{2j}\left(\exp(j\theta) - \exp(-j\theta)\right)$$

フーリエ級数と複素指数関数(2)

- フーリエ級数の複素指数関数による表現

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp\left(j\, 2\pi \frac{n}{T} t \right)$$

$$c_0 = a_0$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \exp\left(- j\, 2\pi \frac{n}{T} t \right) dt$$

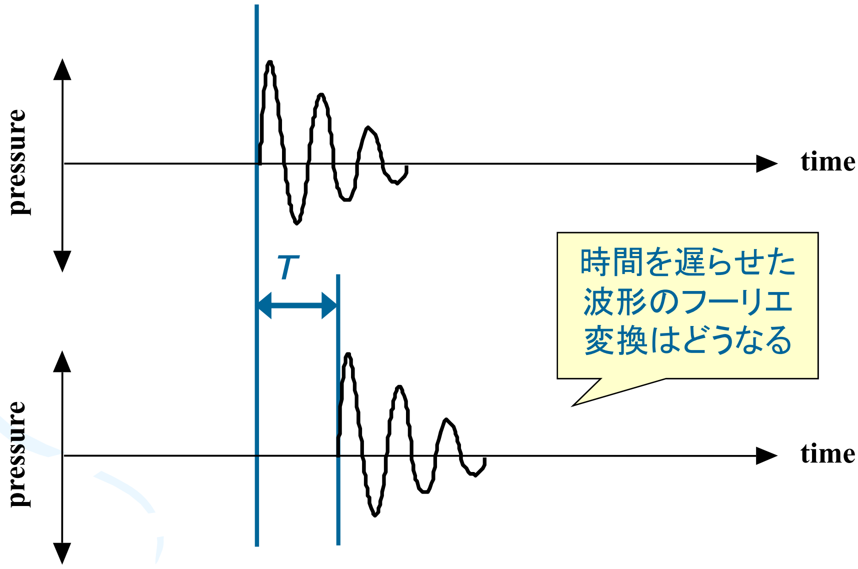
フーリエ変換

- ( )

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \exp(j\, \omega t)\, d\omega$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp(- j\, \omega t)\, dt$$

時間遅れとフーリエ変換



時間遅れとフーリエ変換(2)

- 波形 $x(t-\tau)$ のフーリエ変換

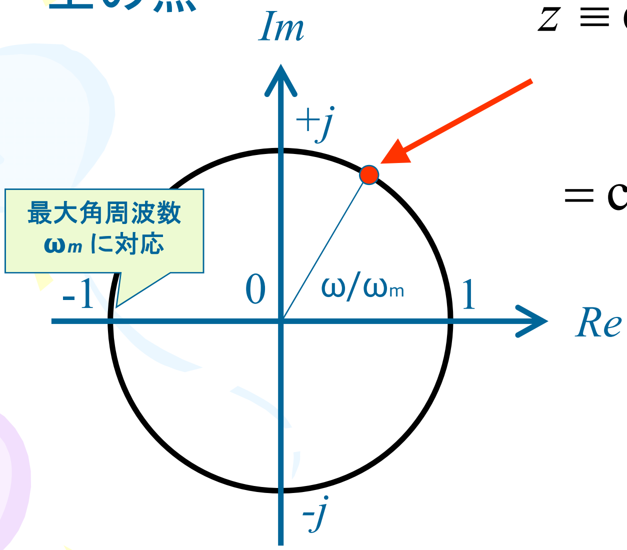
$$\Im\left[x(\underline{\underline{t-\tau}})\right]=\int_{-\infty}^{\infty}x(\underline{\underline{t-\tau}})\exp\left(-j\,\omega t\right)dt$$

$$=\exp\left(-j\,\omega\tau\right)\int_{-\infty}^{\infty}x(t-\tau)\exp\left(-j\,\omega(t-\tau)\right)dt$$

$$=\exp\left(-j\,\omega\tau\right)\Im\left[x(t)\right]$$

「z」の導入

- z は複素平面の単位円上の点



$$z \equiv \exp\left(j \frac{\pi}{\omega_m} \omega \right)$$

$$= \cos\left(\frac{\pi}{\omega_m} \omega \right) + j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{\omega_m} \omega \right)$$

z-変換

- ( )

$$X(z) = \sum_{p=0}^{\infty} x_p \cdot z^{-p}$$

$$z \equiv \exp\left(j \frac{\pi}{\omega_m} \omega \right)$$

「z」とは何か？

- 思い出そう

「exp (- $j\omega\tau$) は時間遅れ」

- ならば、

$$z^{-1} = \exp\left(-j\frac{\pi}{\omega_m}\omega\right)$$

は、$\tau=\pi/\omega_m$ の「　　　　　　　　」を意味する。

ここまでのポイント

1．z-変換における z の意味
   - z^{-1} は1サンプル分の時間遅れを意味する

     ⇒ 時間領域の離散化
   - z 平面上の単位円が $-\omega_s/2$ ～ 0 ～$\omega_s/2$ に対応

     ⇒ 周波数領域の周期化

     （スペクトルがサンプリング周波数でくりかえす）

2．サンプリング定理
   - 信号に含まれる周波数成分の2倍以上のサンプリング周波数を選ぶ必要がある