性質の伝播に関する定性空間推論

高橋 和子

ある領域で成り立つ性質が他の領域に伝播するような事象に対する推論方法を述べる．$SRCC$ は，定性空間推論の代表的な算法である RCC を拡張し，空間的な関係だけでなく空間に埋め込まれた属性もあわせて扱えるようにしたものである．本論文では，$SRCC$ で記述された二つの領域上で成り立つ属性とそれらの相関関係からこれらの領域間に成り立つべき位置的な関係を求めるアルゴリズムを示す．このアルゴリズムを使って，いくつかの $SRCC$ の式が成り立っている位相空間に新しい領域を導入するときに導入場所を決定することができる．本論文では汚染物質の伝播問題を使ってこの応用を示す．

1 はじめに

Region Connectinon Calculus(RCC) [7] は空間を領域の集合としてとらえ，領域間の相対的位置関係に着目して定性的に空間推論を行う算法であり，多くの研究が行われている [1] [3] [8] [10] [11]．RCC では「大阪府と兵庫県は接している」などの領域間の位置関係を表す記述に対して様々な空間的な推論ができる．しかし,「兵庫県で大雨が降っている」のようなある領域の上で成り立つ性質や領域の持つ属性，あるいは「兵庫県に住む人の多くは大阪府に勤務している」といった属性同士の間で成り立つ相関関係を扱うことができない．

我々は，RCC を拡張して空間的な性質と意味的な性質を統合的に扱えるような $SRCC$ を提案し,「兵庫県で大雨が降れば大阪の会社では欠勤が増える」など領域間にまたがる因果関係に関する記述・推論ができることを示した [4]．また，機械的な推論方法として，与えられた $SRCC$ の式の集合の充足不能性を判定するアルゴリズムを与えその完全性を示した [5] [6]．

本論文では，領域上で成り立つ性質や複数の領域の属性同士の相関関係からそれらの間の位置的関係を導く推論方法について述べる．たとえば，引越し先の場所をどこにするか決める場合，一般にどのような推論が行われるだろうか．子供のいる人は小学校の通学圏内に引越し先を決定するだろうし，公害地域がわかっていればその地域とかかわらない離れた場所に住みたいと思うだろう．この問題は引越し先というある属性をもつ新しい領域を導入するときに，それと既存の領域との間にどのような位置関係をとればよいかという問題として考えることができる．本論文では，領域上で成り立つ性質や領域の属性同士の相関関係を $SRCC$ を使って記述し，新しく導入された領域と既存の領域が満たすべき位置関係を導くアルゴリズムを提案する．さらに，このアルゴリズムは，位置的制約が陽に記述されていない既存の領域同士に対しても，与えられた条件を満たすために必要な制約を導き出すことができる．

本論文は以下のように構成される．まず，第 2 章で $SRCC$ の記述言語とモデルの定義を行う．次に，

Qualitative Spatial Reasoning about Propagation of Properties

Kazuko Takahashi, 関西学院大学理工学部, School of Science & Technology, Kwansei Gakuin University

コンピュータソフトウェア, Vol. 21, No. 4 (2004), pp. 37–42.

[小論文] 2003 年 8 月 12 日受付.

3 章で推論アルゴリズムを提案し，4 章でそれを汚染物質の伝播問題へ応用する．5 章で関連研究について述べ，6 章で結論を述べる．

2 *SRCC*

SRCC では，式は空間式，性質式，伝播式の三つから成る．空間式は領域同士の相対的位置関係を表し，性質式はある領域上で成り立つ性質を表す．伝播式はある領域上で成り立つ性質と他の領域上で成り立つ性質の間の関係を表す．空間式に関しては RCC-5 と同様に定義される[†1]．図 1 に五つの基本関係を示す．これらの関係は互いに排他的である．

2.1 記述言語

1. 領域項 (region term)
   (a) 領域変数 (region variable): $X, Y, Z, \ldots$
   (b) $f(\alpha)$ ただし f は関数記号[†2]，α は領域項.
2. 式
   (a) 空間式 (spatial formula)
   $DR(\alpha,\beta)$, $PO(\alpha,\beta)$, $EQ(\alpha,\beta)$, $PP(\alpha,\beta)$, $PPi(\alpha,\beta)$. ただし α,β は領域項．また，これらの式から Boole 操作によって生成される式.
   (b) 性質式 (property formula)
   $[\Box\alpha, G]$, $[\Diamond\alpha, G]$ ただし α は領域項であり，G は命題論理のリテラル．また，これらの式から Boole 操作によって生成される式.
   (c) 伝播式 (propagation formula)
   $[*\alpha, G] \wedge \theta \Rightarrow [*\beta, H]$ ただし G, H は 命題論理のリテラル，θ は空間式であり出現しない場合もある．なお，$*\alpha$ は $\Box\alpha$ または $\Diamond\alpha$ を示し，以後この表記に従う.

さらに，part-of 関係を表す空間式 $P(\alpha,\beta)$ を $PP(\alpha,\beta) \vee EQ(\alpha,\beta)$, $Pi(\alpha,\beta)$ を $P(\beta,\alpha)$ とそれぞれ定義する．$[\Box\alpha, G]$ は G が α のすべての場所で成り立つことを，$[\Diamond\alpha, G]$ は G が α のある場所で成り立つことをそれぞれ表す.

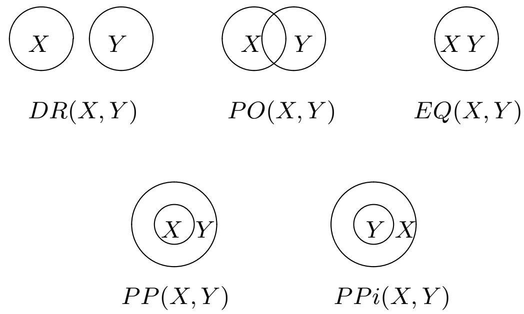

図 1 RCC-5 の基本関係

伝播式は位置関係に依存する伝播と意味的な伝播の 2 種類に分けられる．意味的な伝播は $[*\alpha, G] \wedge \theta \Rightarrow [*f(\alpha), H]$ という形で明示的に記述される．位置関係に依存する伝播は，ある位置関係にあるすべての領域に対して成り立つものであり，以下の公理に従う.

Ax1 $[\Box\alpha, G] \Leftrightarrow \neg[\Diamond\alpha, \neg G]$
Ax2 $[\Box\alpha, G] \Rightarrow [\Diamond\alpha, G]$
Ax3 $[\Box\beta, G] \wedge P(\alpha,\beta) \Rightarrow [\Box\alpha, G]$
Ax4 $[\Box\alpha, G] \wedge PO(\alpha,\beta) \Rightarrow [\Diamond\beta, G]$

これらの公理から，領域 α と β の位置関係によって α の上で成り立つ性質が β の上で成り立つことが推論できる．逆に，互いに矛盾する性質が成り立つような二つの領域が与えられたとき，両者の位置関係を (場合によっては一意的に) 規定できる．以下の定理はこのことを示すもので，公理から導き出せる.

Theorem 2.1
$G \wedge H \Rightarrow \perp$ のとき，以下の式が成り立つ.
(1) $[\Box\alpha, G] \wedge [\Box\beta, H] \Rightarrow DR(\alpha,\beta)$
(2) $[\Box\alpha, G] \wedge [\Diamond\beta, H] \Rightarrow \neg Pi(\alpha,\beta)$.

2.2 モデル

ある位相空間の空でない部分集合を**領域**と呼ぶ．領域は必ずしも連結している必要はなく，また内部に穴があってもよいが，すべて同一の次元を持つ.

Definition 2.1
空間式の集合 S が与えられたとき，そこに含まれる領域項を $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ とする．ある位相空間と領域項に対するそこへの割り当て $\mathcal{A}$ が存在し，$\mathcal{A}(\alpha_1), \ldots, \mathcal{A}(\alpha_n)$

†1 文献 [4] では RCC-8 に基づいていたが，境界を特に区別する必要がないので本論文では RCC-5 で議論する.
†2 ここでは 1 引数関数とするが，n 引数に拡張可能である.

が S に含まれるすべての関係 (位置的制約) を満たすとき，その集合は RCC **充足可能**という．

たとえば，$\{PP(\alpha,\beta), PP(\beta,\gamma), PP(\gamma,\alpha)\}$ は RCC 充足可能ではない．

Definition 2.2

構造 $\mathcal{M} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}, \Phi \rangle$ を以下のように定義する．

$\mathcal{A}$ は位相空間 $\mathcal{T}$ の空でない部分集合の有限集合 $\mathbf{D}$ に対する割り当てであり，領域変数に対して $\mathbf{D}$ の要素を割り当て，関数記号 f に対して写像 $\mathbf{D} \rightarrow \mathbf{D}$ を割り当てる．

Φ は性質式の集合 $\{[\Box X_1, F_1], \ldots, [\Box X_n, F_n]\}$，ただし $X_1, \ldots, X_n$ は領域変数，$F_1, \ldots, F_n$ はリテラルであり，以下の条件を満たす．

(i) 任意の領域変数 X と命題変数 Q に対して，$[\Box X, Q] \in \Phi$ と $[\Box X, \neg Q] \in \Phi$ は同時に成り立たない．

(ii) 任意の領域変数 X, Y とリテラル F に対して，$\mathcal{A}(X) \subseteq \mathcal{A}(Y)$ かつ $[\Box Y, F] \in \Phi$ ならば $[\Box X, F] \in \Phi$ である．

$[\Box X, Q]$ と $[\Box X, \neg Q]$ がいずれも Φ に属さない場合もあり，この時 X では Q が成り立つ部分と $\neg Q$ が成り立つ部分があると解釈する．

構造 $\mathcal{M} = \langle \mathcal{T}, \mathcal{A}, \Phi \rangle$ で式 φ が真である時，$\mathcal{M} \models \varphi$ と表記し，セマンティクスを以下のように定義する．

1. $\mathcal{M} \models R(\alpha,\beta)$ (ただし R は DR, PO, EQ, PP, PPi のいずれか) iff $\mathcal{A}(\alpha), \mathcal{A}(\beta)$ が $\mathcal{T}$ 上で R の関係を満たしている
2. $\mathcal{M} \models [\Box X_i, F_i]$ iff $[\Box X_i, F_i] \in \Phi$
3. $\mathcal{M} \models \neg\varphi$ iff $\mathcal{M} \models \varphi$ でない
4. $\mathcal{M} \models \varphi \wedge \psi$ iff $\mathcal{M} \models \varphi$ かつ $\mathcal{M} \models \psi$
5. $\mathcal{M} \models \varphi \vee \psi$ iff $\mathcal{M} \models \varphi$ または $\mathcal{M} \models \psi$
6. $\mathcal{M} \models \varphi \Rightarrow \psi$ iff $\mathcal{M} \models \varphi$ でないかまたは $\mathcal{M} \models \psi$
7. $\mathcal{M} \models \varphi \Leftrightarrow \psi$ iff $\mathcal{M} \models \varphi$ と $\mathcal{M} \models \psi$ がともに成り立つか，またはともに成り立たない

Definition 2.3

$\Lambda = \{\varphi_1, \ldots, \varphi_n\}$ を式の集合とする．$\mathcal{M} \models \varphi_1 \wedge \ldots \wedge \varphi_n$ を満たす構造 $\mathcal{M}$ が存在すれば，Λ は**充足可能**といい，$\mathcal{M} \models \Lambda$ と表記する．存在しない時，Λ は**充足不能**という．式 ψ に対して $\mathcal{M} \models \Lambda$ であるすべての $\mathcal{M}$ において，$\mathcal{M} \models \psi$ ならば，ψ は Λ の**論理的帰結**といい，$\Lambda \models \psi$ と表記する．このとき命題論理の場合と同様，以下の定理が成り立つ．

Theorem 2.2

Λ を式の集合，ψ を式とする．$\Lambda \cup \{\neg\psi\}$ は $\Lambda \models \psi$ の時に限り充足不能である．

3 推論アルゴリズム

与えられた $SRCC$ の式の集合 Λ の充足不能性は [6] で示したアルゴリズムで判定できる．しかし，充足可能な場合，Λ を充足可能にする必要条件が空間式として陽に示されているとは限らない．すなわち，Λ に出現するすべての領域変数の組がどのような位置関係になければならないかは記述されていない．

たとえば，$\Lambda = \{[\Box\alpha, G], [\Box\beta, \neg G]\}$ とすると，Λ は充足可能である．$DR(\alpha,\beta)$ を満たすような位相空間をとることができ，その空間上で Λ のすべての式を真にすることができるからである．しかし，$PO(\alpha,\beta)$ を満たすような位相空間をとれば，Λ の式をともに真にすることはできない．α, β の位置関係については陽に記述されていないが，Λ が充足可能であるためには $DR(\alpha,\beta)$ でなければならない．このように，与えられた Λ が充足可能になるために必要な制約は，そこに現れる領域変数の組に対する RCC-5 の基本関係の集合として記述できる．

以下では Λ の充足不能性を判定するとともに，充足可能な場合には Λ を充足可能にする必要十分条件を求めるアルゴリズムを示す．

<u>充足不能性判定および制約条件の導出アルゴリズム</u>

Λ を与えられた式の集合とする．

Θ, Δ をそれぞれ Λ に含まれる空間式，性質式の集合とする．

1. $i = 0$ とする．
   $\Theta_0 = \Theta$, $\Delta_0 = \Delta$, $\lambda_0 = \Delta$ とする．
2. (RCC 充足可能性判定)
   Θ が RCC 充足可能でなければ，Λ は充足不能であるとして停止する†3．そうでなければ以下を

†3 本論文ではこの判定方法については論じないが，たとえば [9] [10] などで論じられている．

行う．

3. (各領域の無矛盾性判定)
$DR(\alpha,\alpha) \in \Theta_i$ または $\neg Pi(\alpha,\alpha) \in \Theta_i$ ならば Λ は充足不能であるとして停止し，そうでなければ以下を行う．
4. Λ に含まれる各伝播式 $\delta \wedge \theta \Rightarrow \delta'$ において，$\Delta_i \models \delta$ および $\Theta_i \models \theta$ が成り立つならば，δ' を追加可能式とし，Λ から除去する．
5. λ_i に含まれる性質式 δ に対し，$Ax2 \sim Ax4$ のいずれかが適用可能ならば，それを適用した結果の右辺を δ' とおき追加可能式とする．
6. λ_{i+1} を追加可能式の集合とする．$\lambda_{i+1} = \{\}$ ならば，Λ は充足可能であるとして停止する．そうでなければ，$\Theta_{i+1} = \Theta_i$ として以下を行う．
7. (制約条件追加)
   (a) $[\Box\alpha, G] \in \lambda_{i+1}$ に対して $G \wedge H \Rightarrow \bot$ かつ $[\Box\beta, H] \in \Delta_i \cup \lambda_{i+1}$ ならば $\Theta_{i+1} = \Theta_{i+1} \cup \{DR(\alpha,\beta)\}$ とする．
   (b) $[\Box\alpha, G] \in \lambda_{i+1}$ に対して $G \wedge H \Rightarrow \bot$ かつ $[\Diamond\beta, H] \in \Delta_i \cup \lambda_{i+1}$ ならば $\Theta_{i+1} = \Theta_{i+1} \cup \{\neg Pi(\alpha,\beta)\}$ とする．
   (c) $[\Diamond\alpha, G] \in \lambda_{i+1}$ に対して $G \wedge H \Rightarrow \bot$ かつ $[\Box\beta, H] \in \Delta_i \cup \lambda_{i+1}$ ならば $\Theta_{i+1} = \Theta_{i+1} \cup \{\neg P(\alpha,\beta)\}$ とする．
8. $\Delta_{i+1} = \Delta_i \cup \lambda_{i+1}$ とする．
9. $i = i+1$ として 3 へ戻る．

このアルゴリズムは有限回の手続きで停止し，充足不能性の判定に対して完全である．また，充足可能な場合，最終的に得られた Θ_k は領域同士の位置関係に関して Θ より強い制約条件になっており，かつこれ以上強い制約条件はない†4．

4 応用例

3 章で示したアルゴリズムを汚染物質の伝播問題に応用する (図 2)．

†4 いずれも容易に証明できる．

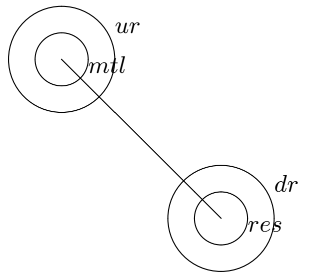

図 2 汚染物質の伝播問題の関係図

問題) 川の上流地区に金属メッキ工場があり，下流地区に人々の居住区が広がっている．工場が排水を流すので，浄水場をつくって居住区に有害物質が流れないようにしたい．この時，どこに浄水場をつくればよいか?

$mtl, ur, dr, res, filter$ をそれぞれ金属メッキ工場，上流地区，下流地区，居住区，浄水場を表す領域変数とする．$Contam, Chem$ をそれぞれ排水が流されたこと，有害物質が発見されることを表す命題変数とする．$flow$ は流れの源から流出先への関数である．

すると，問題は以下のように $SRCC$ で表される．ただし，問題の単純化のため，記述された以外の領域はないものとし，居住区は他からの排水や有害物質の流れの影響を受けないものとする．

$\varphi_1 : PP(mtl, ur)$

$\varphi_2 : PP(res, dr)$

$\varphi_3 : EQ(flow(ur), filter)$

$\varphi_4 : EQ(flow(filter), dr)$

$\varphi_5 : [\Box mtl, Contam]$

$\varphi_6 : [\Diamond ur, Contam] \Rightarrow [\Box flow(ur), Chem]$

$\varphi_7 : [\Diamond filter, Chem]$
$\quad \Rightarrow [\Box flow(filter), \neg Chem]$

$\varphi_8 : [\Box mtl, Contam] \Rightarrow [\Box mtl, Chem]$

結論は以下の通りである．

$$\psi : [\Box res, \neg Chem]$$

φ_7 は $filter$ という新しく導入された領域に関して成り立つ性質を表す伝播式で，$Chem$ であったものが $filter$ を通って流れていった先の領域では $\neg Chem$ に変わっていることを表す．しかし，$filter$ の位置に関する制約を記述した空間式はない．

このとき，$\{\varphi_1,\ldots,\varphi_8\}\cup\{\neg\psi\}$ の充足不能性を示すことで $\varphi_1\wedge\ldots\wedge\varphi_8 \models \psi$ を証明し，かつ $\{\varphi_1,\ldots,\varphi_8\}$ の充足可能性を示すことでこれが意味のある推論であることを保証する．さらに，後者については充足可能であるために必要な位置的制約を求める．

アルゴリズムに従って $\Delta_0,\Delta_1,\ldots$ および $\Theta_0,\Theta_1,\ldots$ を順に生成する．

$\{\varphi_1,\ldots,\varphi_8\}\cup\{\neg\psi\}$ の充足不能性の証明

$\Theta_0=\{\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,\varphi_4\}$.

$\Delta_0=\{[\Box mtl, Contam],[\Diamond res, Chem]\}$.

$\Delta_1=\Delta_0\cup\{[\Box mtl, Chem],[\Diamond mtl, Contam], [\Diamond dr, Chem]\}$.

$\Delta_2=\Delta_1\cup\{[\Diamond mtl, Chem],[\Diamond ur, Contam]\}$.

$\Delta_3=\Delta_2\cup\{[\Box flow(ur), Chem],[\Diamond ur, Chem]\}$.

$\Delta_4=\Delta_3\cup\{[\Box filter, Chem], [\Diamond flow(ur), Chem]\}$.

$\Delta_5=\Delta_4\cup\{[\Diamond filter, Chem]\}$.

$\Delta_6=\Delta_5\cup\{[\Box flow(filter),\neg Chem]\}$.

$\Theta_0=\Theta_1=\Theta_2=\Theta_3=\Theta_4=\Theta_5$ だが，$[\Box flow(filter),\neg Chem]\in\lambda_6$，$[\Diamond filter, Chem]\in\Delta_5$ から $\Theta_6=\Theta_5\cup\{\neg Pi(flow(filter), filter)\}$．同様に，$[\Box dr,\neg Chem]\in\lambda_7$，$[\Diamond dr, Chem]\in\Delta_6$ から $\Theta_7=\Theta_6\cup\{\neg Pi(dr,dr)\}$．よって Λ は充足不能と判定される．

$\{\varphi_1,\ldots,\varphi_8\}$ の充足可能性の証明

$\Theta_0=\{\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,\varphi_4\}$.

$\Delta_0=\{[\Box mtl, Contam]\}$.

同様にして，$\Delta_0,\Delta_1,\ldots$ を順に生成し，最後に

$\Delta_7=\{$ $[\Box mtl, Contam],[\Box mtl, Chem]$, $[\Diamond mtl, Contam]$, $[\Diamond mtl, Chem],[\Diamond ur, Contam]$, $[\Box flow(ur), Chem],[\Diamond ur, Chem]$, $[\Box filter, Chem]$, $[\Diamond flow(ur), Chem]$, $[\Diamond filter, Chem],[\Box flow(filter),\neg Chem]$, $[\Diamond flow(filter),\neg Chem],[\Box dr,\neg Chem]$, $[\Diamond dr,\neg Chem][\Box res,\neg Chem],[\Diamond res,\neg Chem]$ $\}$

が得られ充足可能となって停止する．

このとき Θ_7 として得られた結果をまとめたものを表 1 に示す．太字で表されたものが新たに発見された制約である．簡単化のため，$flow(ur), flow(filter)$ はそれぞれ $filter$, dr とみなしている．

表 1 領域間の位置関係 $R(\alpha,\beta)$

$\alpha\setminus\beta$	ur	mtl	dr	res	$filter$
ur	EQ	PPi	¬ **P**	¬ **P**	ANY
mtl	PP	EQ	**DR**	**DR**	**DR**
dr	¬ **Pi**	**DR**	EQ	PPi	**DR**
res	¬ **Pi**	**DR**	PP	EQ	**DR**
$filter$	ANY	**DR**	**DR**	**DR**	EQ

結果として以下のことがわかる．

1. $DR(filter, flow(filter))$ から，$filter$ は必ずその下流と離れた場所に設置すべきである．
2. $DR(mtl, dr)$ から，mtl と dr が共通部分を持てば，浄水場をつくってもむだである．
3. ur と $filter$ の間には位置的制約条件がないことから，浄水場は川の上流につくってもよい．

5 関連研究

RCC の式の集合 Λ が与えられたとき，Λ の RCC 充足可能性の判定問題や，充足可能な場合に Λ に出現する領域変数の組が満たすべき位置関係を基本関係で表した無矛盾な集合を見つける問題は，いずれも一般に NP 困難であることが知られている．しかし，Renz and Nebel は RCC-8 の部分集合で処理可能 (tractable) な極大集合 $\widehat{\mathcal{H}}_8$ を同定し，$\widehat{\mathcal{H}}_8$ に対してはいずれも多項式オーダで決定可能であることを示した [9]．本論文で示した推論アルゴリズムの計算量は，RCC 充足可能性に関してはこれらの結果に従う．すなわち，与えられた集合の空間式の部分が $\widehat{\mathcal{H}}_8$ に属すれば，多項式オーダで計算可能だが，一般には NP 困難である．また，各領域の無矛盾性判定と制約条件追加の過程では，いずれも集合の要素を順に調べ，各要素に対して既存の集合の論理的帰結になっているかを判定する部分を含んでいるので，この過程に関しても一般には NP 困難である．

Gerevini and Renz は領域の相対的大小関係を制約としてとらえ，領域同士の位置関係を決定するアルゴリズムを提案した [2]．この方法は，位置関係と

は別の要素を利用して位置関係を決定しているという意味で本論文で提案した推論方法と共通点がある．彼らの使った手法をそのまま *SRCC* に適用することはできないが，反映できる部分もあると考えられる．

6 まとめ

本論文では，*SRCC* で記述された二つの領域上で成り立つ属性とそれらの相関関係からこれらの領域間に成り立つべき位置的な関係を決定するアルゴリズムを示した．これによって定性空間推論の記述力・推論力が向上し，地理情報システムを初めとする応用への可能性が高くなった．

今後はシステムの実装とともに *SRCC* の理論的な側面に関して議論をすすめる．さらに，伝播には時間的要素がかかわるのが自然であり，時間的要素を加味した体系に関しても検討していく予定である．

謝辞

本研究は科研費 14580434 の補助を受けて行われた．

参 考 文 献

[1] Egenhofer, M. G. and Gollege, R. G.: *Spatial and Temporal Reasoning in Geographic Information Systems*, Oxford University Press, 1998.

[2] Gerevini, A. and Renz, J.: Combining topological qualitative size constraints for spatial reasoning, in *Proc. of Fourth International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming*, 1998.

[3] Muller, P.: A qualitative theory of motion based on spatio-temporal primitives, in *Proc. of the Sixth International Conference on Knowledge Representation and Reasoning* (*KR98*), 1998, pp. 131–141.

[4] 高橋和子：空間情報と意味情報を統合した推論方法, **日本ソフトウェア科学会第 18 回大会論文集**, 2001.

[5] Takahashi, K.: Reasoning about propagation of properties over regions, in *ECAI-2002 Workshop on Spatial and Temporal Reasoning*, 2002, pp. 35–39.

[6] Takahashi, K.: Reasoning about propagation of properties over regions, in *Journal of Universal Computer Science*, Vol. 9, No. 9 (2003), pp. 1030–1045.

[7] Randell, D., Cui, Z. and Cohn, A.: A spatial logic based on regions and connection, in *Proc. of the Third International Conference on Knowledge Representation and Reasoning* (*KR92*), 1992, pp. 165–176.

[8] Cohn, A. G. and Gotts, N. M.: Building large composition tables via axiomatic theories, in *Proc. of the Eighth International Conference on Knowledge Representation and Reasoning* (*KR02*), 2002, pp. 26–36.

[9] Renz, J. and Nebel, B.: On the complexity of qualitative spatial reasoning: A maximal tractable fragment of the region connection calculus, in *Fifteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence* (*IJCAI 1997*), 1997, pp. 522–527.

[10] Renz, J.: *Qualitative Spatial Reasoning with Topological Information*, LNAI-2293, Springer Verlag, 2002.

[11] Stock, O. (ed.): *Spatial and Temporal Reasoning*, Kluwer Academic Press, 1997.