

以下の問題をグループで解き、提出せよ。記述が必要な場合は、手書きでおこなってもよい。

1. 次の行列(Matrix) A,B,Cがあるとする,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & -7 & 0 \\ -4 & 0 & 6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 7 \\ 1 & 5 & 9 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 9 \\ 2 & 6 & 1 \\ -7 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

以下の行列を求めよ。ただし、 A^{-1} をAの逆行列(Matrix inverse), A^t をAの転置行列(Transpose)と呼ぶ。

(a) $A^{-1}, (A^{-1})^{-1}, B^{-1}, (B^{-1})^{-1}$

(b) $(6A)^{-1}, \frac{1}{6}A^{-1}, \left(\frac{2}{3}B\right)^{-1}, \frac{3}{2}B^{-1}$

(c) $(AB)^{-1}, A^{-1}B^{-1}, B^{-1}A^{-1}, (BC)^{-1}, C^{-1}B^{-1}, (AC)^{-1}, C^{-1}A^{-1}$

(d) $A^6, (A^6)^{-1}, (A^{-1})^6$

(e) $(A^t)^{-1}, (A^{-1})^t, (B^t)^{-1}, (B^{-1})^t$

2. 問題1でおこなった計算に基づいて、逆行列, 転置行列の計算に存在する関係を推測せよ。

3. X,Yを正則行列(逆行列化が可能な行列), k を非ゼロの実数としよう。次の計算を実行あるいは簡単化せよ。

(a) $(X^{-1})^{-1}$

(b) $(kX)^{-1}$

(c) $(XY)^{-1}$

(d) $(X^k)^{-1}$

(e) $(X^t)^{-1}$