

線形代数—逆行列—

Copyright ©2006 by Shigeto R. Nishitani

いくつかの線形代数のための関数が用意されている。これらを使うためには、パッケージを呼び出しておく必要がある。

> **restart:with(LinearAlgebra):**

この他に、linalgパッケージに属する関数群がある。必要ならヘルプを見よ。

▼ 行列式(Determinant)

> **A0 := Matrix(2, 2, [[a,b], [c,d]]);**
Determinant(A0);

$$A0 := \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$ad - bc$$

(1.1.1)

正則でない行列ではDeterminantは0となる。

> **A1 := Matrix(2,2,[[1,2],[1,2]]);**
Determinant(A1);

$$A1 := \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$0$$

(1.1.2)

▼ 逆行列(MatrixInverse)

> **A2 := MatrixInverse(A0);**

$$A2 := \begin{bmatrix} \frac{d}{ad-bc} & -\frac{b}{ad-bc} \\ -\frac{c}{ad-bc} & \frac{a}{ad-bc} \end{bmatrix}$$

(1.2.1)

> **simplify(A0.A2);**

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(1.2.2)

▼ 転置(Transpose)

> **Transpose(A0);**

(1.3.1)

$$\begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$$

(1.3.1)

随伴行列(Adjoint), 階数(Rank)や対角和(Trace)なども用意されている。

▼ 例題

次の連立方程式を解け。

$$3x + 2y + 3z = 1$$

$$4x - y + 2z = 3$$

$$x + 4y - 3z = 2$$

係数行列と定数項ベクトルを作る。

> **A := Matrix(3,3,[[3,2,3],[4,-1,2],[1,4,-3]]);**

b := Vector([1,3,2]);

Ax = bよりx=A⁻¹b

> **MatrixInverse(A).b;**

$$\begin{bmatrix} \frac{63}{64} \\ \frac{5}{-32} \\ \frac{35}{-64} \end{bmatrix}$$

(2.1)

▼ 演習

次の行列式の値を求めよ。

$$(a) \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}, (b) \begin{bmatrix} \sin(t) & \cos(t) \\ -\cos(t) & \sin(t) \end{bmatrix}, (c) \begin{bmatrix} a & 3a+x & -x \\ b & 3b+y & -y \\ c & 3c+z & -z \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1-x & 0 & -1 \\ 1 & 2-x & 3 \\ 0 & 1 & 1-x \end{bmatrix} = 0 \text{ を満たす } x \text{ を求めよ。}$$

次の連立一次方程式を解け。

$$3x + 2y + 3z = 16$$

$$4x - y + 2z = 8$$

$$x + 4y - 3z = 0$$