

# 高専における数学ペアテストの効用

## —高専のルフィの仲間たちの特徴—

松宮 篤<sup>\*1</sup>、西谷 滋人<sup>\*2</sup>

### Effectiveness of math pair tests in Kosen

#### —Characteristics of Kosen Students as testing partners—

Atusi MATUMIYA and Shigeto NISHITANI

In this paper, we examine a math pair test in Kosen. Students usually take an examination by themselves. But, at first, we make up pairs; and, we have these pairs take an examination together. That is to say, two students help each other to take the same examination. Since young students place so much value on their friends. By the grace of such friendships, the pair test is very useful. Our experiments with pair testing have been very effectual for Kosen students. For example, usually, if the problem of mathematics is difficult, they have a tendency to give up early. But, if two students solve that problem by their joint effort, they try to unite efforts and to contribute to their partner, too. Through these actions, students can utilize their ability of mathematics and intellect on their own accord, while helping others. Based on questionnaire responses from the Kosen students, we believe the pair test was a great success for the education of mathematics. Therefore, we conclude this paper with an explanation of our plans to continue contributing to mathematical education in this way.

KEYWORDS : education, mathematics, pair test, active learning

#### 1. はじめに

本研究は、明石高専における数学の試験を学生2人一組で取り組ませる新しい試みにより教育効果が得られたことについてまとめたものである。これは、学生たちが主体的に学ぶことを重視した“アクティブラーニング”の一環となっている。

成績評価に直接反映される試験は、個々人がそれぞれ考え、それを解答に結び付ける色彩が強いと感じていて、2人一組での試験（以下「ペアテスト」と呼ぶ）は不向きではないかと懸念していた。特に数学は個性的な考えを持つ一方の学生が考えて解答を書き、もう一方はただその恩恵に浴するという形態になりはしないかと心配していたのである。しかし、学生を信頼していろいろ試行し改善を加えてき

---

\*1 明石工業高等専門学校一般科目(Dept. of Liberal Arts, National Institute of Technology, Akashi College)

〒674-8501 兵庫県明石市魚住町西岡 679-3 E-mail: matumiya@akashi.ac.jp

\*2 関西学院大学(2-1 Gakuen, Sanda city, Hyogo)

〒669-1337 兵庫県三田市学園 2-1 E-mail: nishitani@kwansei.ac.jp

た結果、多少どちらかが主導的になる状況があるが、与える問題の難易度や質を選ぶことや、与える用紙のサイズと枚数、基本的には筆談とすることなどを考慮しながら実施すればよい効果が得られ学生にも概ね好評であることがわかった。

効用の一つを先に述べておくと、チームとして取り組んで成功することが大切であるという点で、失敗するとしても、チームとして失敗することができるところにある。よく一人だけで考えていて解けない問題が多いと、あきらめてしまう癖がついてしまい、どうしても教員の指示を待つことや、すぐ解答を見たりすることにつながってしまうことがある。そうすると思考力を高めるせっかくの機会を失い、難易度の高い問題の価値が半減する。たとえ解けなくても2人で解いていれば、いろいろ意見を交換することを通して、解決の糸口が見つかる可能性があり、難問であっても解けることがわかり各自の自信につながる。協力してポジティブに思考をめぐらすことで学習内容の裾野が自然と広がり学習意欲が高まることにもつながる。互いに助け合うことが必要で、この世代の学生の「仲間を大切にする。」という価値観に合う。たとえ0点でも一人で落ち込むことはなく、2人でお互い励まし合って、思いつかなかった考え方などを再検討するような反省の機会も持て、次また一緒に頑張ろうという意欲にもつながる。アンケート結果からもわかるのだが、普段の勉強でも一人で孤立してやるのではなく、2人ないし何人かでセミナー形式で勉強する方法があることに気づくようになる。少なくとも相手の足を引っ張らないように事前に勉強して来ようとする意識が働くことにも繋がり自己学習も促進される。

## 2. 実施に至る経緯および実施状況

### 2. 1 ペアテストを実施するまで

ペアテストをするまでに実施していた別の取り組みをまず紹介する。1997年度から数学の応用問題を学生に演習させるとき、学生3人を一組にして割り当て、一人は発表を担当し、一人には板書と発表のレジュメ作成を担当させ、もう一人には板書と質問を受け付ける係を担当させるという形式で長く取り組んできた。発表終了時に他の学生（聴衆）から称賛の意見を募り、よい称賛が得られた場合は発表チームと称賛を送った学生双方に得点を与えていた。最近はこのような活動に対して、アクティブラーニ

ングという用語がよく使われるが、アクティブラーニングと呼べる先行した各種の取り組みがあり、この3人一組の演習以外にも、セミナー形式を取り入れることや、問題作りをさせること、SPPを活用した教育などを実施して来た。<sup>4), 5), 6), 7)</sup>たとえばセミナー形式とは、場合の数や数列など、教員が教えなくても学習しやすい題材に対して、教科書の内容を学生自ら発表しながら学ぶ形式を進めることを意味し、これも3人一組で実施していた。

その後、2011年8月に京都大学数理解析研究所の共同研究にて、「数式処理演習でのペアプロの効果」という題目で講演（西谷滋人）があり、2人一組でプログラミングに取り組むという画期的な手法に触れることになった。<sup>1), 2), 3)</sup>

### 2. 2 数学ペアテスト

西谷の実施しているペアプログラミングに触発され、数学の試験でも活用できないかと2011年度から2年間いろんな形で模索して来た。以下その概要を説明する。実施形態は、学生2人一組になってもらい各自の机をくっ付けて、教員が黒板に書いた問題を一緒に考えさせ、会話は筆談ですするという約束で問題を解かせるというものである。ペアの作り方は、その都度決まっている座席の位置で隣同士になっている学生2人を組み合わせた。最初、配布する用紙の枚数はA4用紙3枚で、1枚は解答を清書して提出する用紙とし、残りの2枚はそれぞれの計算用紙であった。当時、担当していた本校都市システム工学科2年生と建築学科2年生にのみ実施した。他の2学科（機械工学科、電気情報工学科）は担当していなかったので実施していない。持ち込みは一切不可とし、年間4回ある小テストのうち2回をペアテストで実施した。1回あたりの試験時間は45分とした。難易度を示すために、微積分のペアテスト問題例を以下に記述する。

問題 a, b, c が実数のとき、 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$  について、次の問いに答えよ。

- (1) 実数全体の範囲で単調に増加するための条件を求めよ。
- (2)  $x=\alpha$  のとき極大値、 $x=\beta$  のとき極小値をとるものとする。 $\beta-\alpha$  を a, b で表せ。

具体的な数値を求める問題は、比較的取り組みやすいが、「条件を求めよ。」というような問いに対し

ては、最初から何をしようか思いつかない学生も多く、また具体的な数値で係数が決まっていな場合にも問題の難易度が高く見える傾向があり、このような問題は学生にとって少しだけ難解な問題の一つになっている。もっと違う問題も考えられたが、その時の学習進度に合わせた出題であった。建築学科に出題したこの問題は、100点満点に換算して平均点が53.5点であった。2回のペアテストの総点の学年末評価点100点満点中における割合は、約4.2点に相当する。

### 3. 数学ペアテスト実施後のアンケート結果 (抜粋しているが原文のまま)

アンケートは都市システム工学科44名、建築学科46名に対して実施した。アンケートの実施時期はペア試験直後。ペアテストについて自由意見を書いてもらう形式である。

#### 肯定的な意見

- ・ ペアがいると落ち着いて考えられる。1つの小さな疑問で今までつまずいていたけれど、質問できるので最後まで必ず解くことができました。(同様な意見が約10名)
- ・ 筆談ということもあって少しやりにくさがあったが、とても面白かった。問題は難しかったが、2人でひらめいたときはうれしさを感じた。自分が考えていないことを相手が考えていて、お互い協力しながらテストを受けるというのはとてもいいと思った。(同様な意見が約10名)
- ・ 最終的に解けなかったのが残念だったが、もう一人の人と力を合わせて問題に取り組めたのがよかった。難しい問題だったので、色々どうしたら解けるか考えたので、微分の復習にもなりよかった。自分が考え付かないことをもう一人が思いついたり、私が考えを出したり協力するという過程がいつもとは違った形で、問題に取り組めた。結局、解けなかったが、自分にとってプラスになった部分も多かったように思います。たまにはペアで解くというのもありだなと思った。こういうテストのとき以外でもワークの難しい問題などもペアでとりくむのもいいなと思った。(同様な意見が約10名)
- ・ ペアでテストするという方法はざん新ですごくおもしろいと思った。ペアの足を引っ張らないように事前に勉強しなきゃ！とイヤでも勉強する気がおこるので、これはこれで普段

から勉強するようになってしまった。

- ・ ペアで問題をとくことで、他の人が普段どんな感じで問題を解いているかが分かってとてもいい勉強になりました。

#### ペアテストへの提案や自分への課題を含んだ意見

- ・ 新しいころみでとてもおもしろかったが、筆談ではどうしても伝えたいことが伝わらないと思った。2人で考える分1人で考えるよりも考えが広がりやすかった。けど、コミュニケーションがどうしてもとりづらかったので、若干やりにくさもあった。形としてはとても良いと思うので筆談の点を改善すれば、これからも続けた方が良かったと思った。(同様な意見が約10名)
- ・ ペアでやるなら難しい問題ではなく、いろいろな解法のある問題を互いに違う解き方で解くなどの方が、考え方がひろがって良いと思う。(同様な意見が約5名)
- ・ テストをペアでするというのは初めてのことで、最初はどんな風に進めていくのか分からなかった。今回は悩む問題で、どちらかだけが分かっているのでは問題を進めていくうちに壁にぶつかって終わる。だから、どちらもが、お互いの意見を出し合って、問題の見方を変えたりしながら、考えていくことが大事だと思った。
- ・ これからもこの方法でテストしてほしい。もっと人に教える・伝えることが上手になりたいと思う。

#### 否定的な意見

- ・ 問題が解けず相手の人にすごい迷惑をかけたしまったことが本当に申し訳なかった。(同様な意見が約5名)

上記アンケート中に見られるように、普段他人がどんな感じで問題を解いているのかがわかってよいという意見などペアテストの効用は多岐に渡る。それぞれ違う解き方で解いてみて互いの答えを持ち寄って答合わせを行うというやり方や、一方が問題を解く方針を考え、もう一方がその方針に基づいて具体的な計算をするというやり方なども見受けられた。後者のやり方を実施している学生たちには、教員側から、1人になったときに方針を考える時と実際計算をする時を一人で自然に使い分けられるように今の活動を応用するように助言をすることにした。学生たちも感じているペアテスト実行のヒントを、今

後も1つ1つ試行していきたい。

#### 4. 考察と今後の課題

アンケート結果からも概ね今回の取り組みが学生にとって、違った角度から数学の学習ができる大変有意義な時間であったことが伺える。

ペアテストを実施する前後に個別の小試験を2回実施している。持ち込み不可の45分間の試験で、内容は大問1問であるが、難易度はペアテストと同程度あるいはより難しい問題である。比較的女子学生が多い建築学科を例にとると、ペア試験の実施前に実施した試験では、100点満点に換算して平均点は16.55点であった。ペア試験を実施した後に実施した個別試験の平均点は100点満点に換算して28.75点であった。今年度の個別試験の平均点では100点満点に換算して18.5点から39点に伸びている。問題自体が違うので単純な比較は出来ないが、前後比較で昨年度の平均点において約12点の上昇、今年度の平均点において約20点の上昇が見られた。いずれも大学入試問題レベルの非常に難易度の高い問題で思考力を要する問題であるので平均点自体も低いがペアテストによって難問の垣根が取り払われ、難しい問題に対する挑戦心が芽生えているといえるのではないだろうか。

配布する用紙に関しては、A3用紙を一枚とA4用紙1枚の2枚与える形式や、A4を2枚与える形式などいろいろな実施形態を試行した。最初、A4サイズの紙を3枚渡して、一人ずつ自分の紙に計算などをしながら二人で相談し、最終的に提出用の紙に答案を清書して提出せよという試みで行った。しかし、この形式だと、一人ひとりがまず考え込んでしまいあまり相談せず、最後の数分でお互いの考えをまとめるチームが多数見受けられた。このようなチームは、最初から相談するという事はなく、ペアテストの効果は半減どころかあまりなく、個別の試験のようであったので、これは避けるべきだと感じた。その後、それぞれに1枚ずつ計算用紙を与えるのではなく、提出用1枚と計算用紙1枚の合計2枚与える形式を試行した。しかし、合計2枚にしたときに、1枚を提出用として、残りの1枚をハサミで切って2枚にして取り組む学生が出てきた。それぞれの計算用紙が欲しいのである。高専の学生らしい物怖じしない行動であるが、その次の回から、ハサミで切らないで一枚の紙にお互いの意見を書きながら、協力して思考するようにという指示をすることになった。一枚の紙に2人が考えを書き込むと、学

生が協力しながら、どのように考えていったかがわかる。筆談の跡を追った例（原文のまま）を書いておく。

例①：「単調増加の意味がわかりません」

「 $f'(x) > 0$  みたいな」

「 $f'(x) < 0$  ←これじゃなかったり？」

「このグラフが単調に増加しているとしたら言えますかね？」

「じゃあ、 $a$ が1だったら？」

「代入してみる？」

例②：「グラフかいたらえーんちゃう」

「グラフ描く」

「→グラフより」

「これが結論じゃない？」

「先生がやっと思ったみたいに」

例③：「いっかいおもうようなんかいしてみる？」

「条件って何書けばいいん？」

これは、一種マインドマップ風で、学生たち自身がどのように考えをまとめていったかという経緯がよくわかる。用紙の枚数の試行から、答案用紙はA4で1枚とし、計算用紙の枚数はA3の用紙1枚がよいと思っている。この大きな計算用紙一枚を2枚に分けるのを禁止にして、一枚の紙に書き込む形式がよいと感じている。そうすることによって、コミュニケーションをとりながら共同して進めざるを得なくなり、個別に実施する試験とは対照的に極力チームとしての成功を目標とすることになる。先にも書いたが、これは失敗したときに、一人で落ち込まないという保険のような効果がある。もし失敗したとしてもチームとして失敗する。成功したとしても失敗したとしても、2人の結びつきは強くなりその後にも活かせる。よく結婚式などで言われる言葉だが、「幸せは2倍に悲しみは半分」である。

問題の選び方も重要である。超難問は避けるべきで、適度な難問がよい。教科書の例題レベルのようなある解き方を身につけさせるような易しい問題も避けるべきで、これまでの取り組みから、適度な難問の中でもいろいろな解き方ができるものがよいと判断している。先に示した問題例の場合、すぐにわからなくても係数に具体的な値を代入して計算し実験してみる解答が複数枚見受けられたが、もう少しいろいろな解き方ができる問題を選べばよかったと反省している。

このような時間をかけてじっくり解いてもらう問題を個別に出題した際、よく見受けられるのは、当初から問題の難しさに圧倒されて、何もできずに、

ただ時間を浪費する状況であったが、普段そのような学生であっても、ペアテストにしてからは、隣にいる学生と共同で答案を作成しないといけないという責任感から何かを考え出してお互い助け合おうという動きが見られた。仲間を大切にするのである。またそのことが難問に立ち向かう姿勢を養うことや普段の学習意欲につながっていることはいうまでもない。副題にある「ルフィ」とは、今の学生たちが慣れ親しんだ漫画「ワンピース」に出てくる主人公で「何よりも仲間を守り大切にする」というヒーローのことである。

「昔はよくできたのだが」という学生にありがちな例の一つに、一人でやれると思って誰にも相談せず自分の殻に閉じこもってしまい、ふと気が付いてみると成績不振になっている学生の例がある。このような学生にとっても、ペアテストは相手と協調してすすめる必要があるので、この取り組みを契機として自分の殻を破って他人と意見交換するよい機会になっている。積極的に学習するようになり、少なくともコミュニケーション能力向上に、つながっている。

ただし、ペアテストを実施してある程度の水準に達すると、ペアテストに対して否定的な意見を多少持つようになることが好ましいと考えている。高等専門学校の人材育成として、誰もができることを同じようにできるようにというよりは、その人にしかできないと言えるような、替えがきかない人材を育成したいという面がある。少しとがった人といえるかもしれないが、独創的な考えをもつような将来の萌芽となる考え方や行動特性を身につけさせたい。そのため、ペアテストを実施してある程度の水準に達すると、個人で考えたいと思うようになることが好ましいと考えている。作用があれば反作用があるということではないが、ペアで考えることに多少飽きて自分ひとりで考えたいという状況に至ったならば、逆にその面を活かし個性を発揮する探究や、他人にはできそうにない考え方を密かに伸ばすような機会を設けてやるのが大切である。ただし、潮の満ち引きのように、ペアテストと個人的な思考の時間との両方が必要で、他人と協調しながら考えることとたった一人で深く思考する独創の二つを織り交ぜながら独り立ちさせることが重要である。

2人1組を3人一組とするなど人数の問題についてであるが、3人の場合1人が考えなくてもあとの2人がなんとかするだろうという甘えが出るので好ましくないと考えている。先に実施している問題

演習の場合には、3人一人ひとりに役割を与えているので、あまり目立った問題点は起こっていない。人数を増やす場合、一人ひとりに役割を与えるなどの工夫が必要であるように思われる。4人一組なども含めて、これからも試行していきたい課題の一つである。

ペアテストについて評価のむずかしさが多少ある。これに対して次のような試みを行っている。試験時間終了後答案を別のグループと交換させて互いに赤ペンで採点させる。教員が黒板に模範解答を書き、その採点基準に基づいて部分配点まで込めて採点するのである。そして、互いによく出来ている箇所を見つけて褒め合うことを推奨した。これにより互いにやる気を引き起こさせることにつながるのがある。相互に採点させる方式はこれまでの個別の小試験でも実施していたのだが、近年、模範解答に類する解答に対して部分配点をどのように与えればよいかわからない学生が増えてきて多少困っていた。問題の解答が意味するところさえ理解できないのである。このような状況に対してもペアで採点することは効果があり、2人で相談することで模範解答や他人の考え方を理解しやすくする。最終的には教員が青いペンで再度採点を行って修正をしているのだが、今後、元の点数+称賛の点数を与え、褒め方のよいチームにも称賛点を与えて評価したいと考えている。

先にペアテストではどちらかが主導的にならざるを得ない面があると述べたが、別の見方をすれば、控え目な態度が過ぎることなく、適時に自分から積極的に意見を述べる姿勢を育てる効果があったと見ている。

最後に、やはり本校においての一番の課題は、コミュニケーションをどのようにとらせるかということである。筆談だけしか許さない場合、コミュニケーションの難しさが確かにある。学生へのアンケート結果にも会話を許してほしいという意見が少なからずあり、2人だけに聞こえる音量のささやきを許すことを2回目以降試みている。どちらがよいか悪いかではなく筆談のみの実施も小声を許した上での実施も双方よい効果があるように感じている。今後、最初は筆談としておいて、ある時間以降は小声での会話を許す形態など、時間を区切った会話の許可などいろんな試行をしていきたい。現時点での学生には、小声での会話を許す方がよいという感触を得ているが、筆談をしっかりとやる方が考え方をまとめる力がつき、また考えた跡が目に見える形でわかり、

考え方が整理しやすいというメリットがあると強く感じている。2人1組とはいえ、他のグループと相談しないで仕上げるという形態をとっている以上、大きな声で会話をすることを許すと、他のグループに聞こえてしまい、試験という位置付けが出来なくなる。また他のグループの考え方を聞いてしまうことにもなりチームとしての存在が多少無意味になる。聞いてもよいとするならば、レポートとすればよいのだが、そうすると、これまでアクティブラーニングの一環として実施してきた3人一組の問題演習形態と同じになる。今回のペアテストの位置付けは、複数の学生が1組になってそれぞれ違う問題を解き合うという3人一組の演習形態と、従来の試験そのものである1人で試験を受けるという形態の中間点を追及したものである。よって指導する側である教員としては、コミュニケーション手段を、原則筆談のみを許し会話は禁止としたいと考えているが、学生の意見を尊重して、時間を区切って会話を実施することなども含めて、今後の課題としたい。

動発表概要集, 教育研究分野 (教育方法と評価, カリキュラム) pp. 15-16, (2014. 8).

#### 参考文献

- 1) 西谷滋人: "数式処理演習でのペアプロの効果" (京都大学数理解析研究所), 2011/Aug/24.
- 2) 西谷滋人: "「Maple 版ルフィの仲間たちのその後」-数式処理ソフト教育におけるペア構築とその効用-" (京都大学数理解析研究所), 2012/08/21.
- 3) 西谷滋人: "Team grading in the active learning" (京都大学数理解析研究所), 2013/8/21.
- 4) 松宮 篤: 「SPP を活用した教育について I」, 平成 19 年度高専教育講演論文集, pp. 125-126, (2007).
- 5) 松宮 篤: 「SPP を活用した数学教育の試み」, 論文集「高専教育」第 31 号, pp. 571-576, (2008. 3).
- 6) 松宮 篤、倉光利江: 「SPP を活用した教育について II」, 平成 20 年度高専教育講演論文集, pp. 155-156, (2008).
- 7) 松宮 篤、倉光利江: 「SPP を活用した理数科教育の試み」, 論文集「高専教育」第 32 号, pp. 639-644, (2009. 3).
- 8) 松宮 篤、西谷滋人: 「高専における数学ペアテストの効用」, 平成 26 年度全国高専教育フォーラム教育研究活