

数値計算

2013/12/20 実施
(西谷@関学・理工・情報科学)

[1] (数値積分の収束性:25 点)

次の積分

$$\int_0^1 x^2 dx$$

の数値積分において近似精度が向上する様子を見る。台形公式を用いて $h=1, h=0.5, h=0.25$ として数値積分せよ。さらに理論値 $(1/3)$ との差を縦軸に、横軸に分割点数をとり片対数 (logplot) でプロットせよ。(E. クライツィグ著「数値解析」(培風館,2003), p.61, 問題 1.5-3 改)

[2] (大きな数どおしのわずかな差による丸め誤差:25 点)

大きな数どおしのわずかな差は、丸め誤差にとくに影響を受ける。

1. $23.174-23.095$ を有効数字がそれぞれ 5 桁, 4 桁, 3 桁, 2 桁で計算した結果を示せ。
2. 同様に, $0.81323/(23.174-23.095)$ を有効数字がそれぞれ 5 桁, 4 桁, 3 桁, 2 桁で計算した結果を示せ。

(E. クライツィグ著「数値解析」(培風館,2003), p.10, 問題 1.1-3 改)

注 1 for-loop などでも回さないように、Digits が効かない。

注 2 Digits を変更すると他のプログラムにも影響するので、それぞれの問題の解答の冒頭に restart を入れることを忘れないように。

[3] (FFT の強度表示:25 点)

FFT によって非整合波の重ね合わせを周波数分解したときの様子を観察する。

1. $\cos\left(\frac{x}{13}\right)$ と $\cos\left(\frac{x}{2}\right)$ を重ね合わせた関数に FFT をかけて (スペクトル) 強度を周波数で表示せよ。
2. 同様に, $\cos\left(\frac{x}{13}\right)$ と $\frac{1}{5}\cos(2x)$ を重ね合わせた関数に FFT をかけて (スペクトル) 強度を周波数で表示せよ。
3. 上記両プロットの違いを 2 つあげよ。

[4] (対数関数のラグランジュ近似:25 点)

2 を底とする対数関数 (Maple では $\log[2](x)$) の 2 次のラグランジュ多項式を, $\log_2(0.5) = -1.0, \log_2(1.0) = 0.0, \log_2(2.0) = 1.0$ を用いて作成せよ。

1. 2 を底とする対数関数 $\log[2](x)$ と得られた内挿関数を同時にプロットせよ。
2. 2 を底とする対数関数の近似値 $\log_2(0.75)$ と $\log_2(1.5)$ を求めよ。