

情報科学のための数学演習 (線形代数) 試験問題

1. 表現行列を $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ とする写像 f によって, 図1の丸で示した5点はどこへ写像されるか? 解答用紙に図1を書き写して写像前後の点をプロットせよ. また, この写像の核 (Kernel) はどこになるか? 同じプロット上に示せ. (20点)

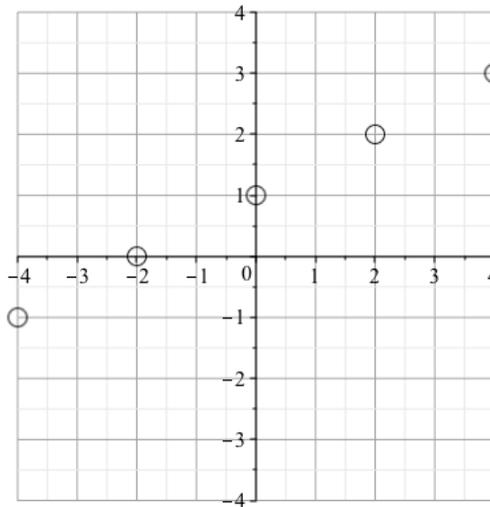


図 1: 写像プロット.

2. つぎの連立1次方程式を解き, 一般解を「特殊解と同伴な同次連立1次方程式の基本解の1次結合の和」の形で表せ. (20点)

$$\begin{cases} x - 2y - z + 2u = 3 \\ -x + 2y + 2z - 2u = 1 \\ 2x - 4y - z + 4u = 10 \\ -2x + 4y + 3z - 4u = -2 \end{cases}$$

3. \mathbf{R}^3 において $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1)$, $\mathbf{a}_2 = (-1, -4, 2)$ で生成される部分空間を U , $\mathbf{b}_1 = (1, 1, 0)$, $\mathbf{b}_2 = (0, 1, 1)$ で生成される部分空間を V とするとき, 交わり $U \cap V$ および和 $U + V$ を求めよ. (20点)
4. 次の行列の固有値とそれに対する固有空間を求めよ. (20点)

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & -3 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. \mathbf{R}^3 から \mathbf{R}^3 への写像

$$f : (x_1, x_2, x_3) \mapsto (x_1 + x_2, x_2 - x_3, x_1)$$

が線形写像であるかどうか調べ, 線形写像ならば対応する表現行列を求めよ. (20点)