

# ユークリッド

数理科学科 4680 志鷹 彩絵

平成 27 年 1 月 7 日



ユークリッドは生涯の中で世界一有名な教科書とされている「原論」のほかに数学史上重要な著作をたくさん生み出した。

表 1: ユークリッドの主な著作

著作	内容
ユークリッド原論	全 13 巻からなる幾何学、数論について述べられた古代ギリシア時代の名著。
カトプトリカ	鏡についての数学的理論についての著作。
円錐曲線論	円錐曲線についての著作

エジプトのオクシリニコス遺跡からは歴史的に重要なギリシャの文書が多く発見されたが、その中にはユークリッドの「原論」の写本もあった。これは現存する最古のものとなっている。

ここでは、最も有名な「原論」について紹介する。

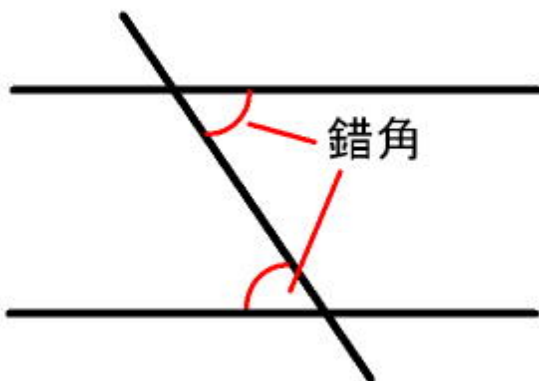
ユークリッドは「原論」を書くにあたって、自ら定義をつくり、その定義を用いて証明を行った。

### 幾何学の定義

1. 任意の一点から他の一点に対して直線を引くこと
2. 有限の直線を連続的にまっすぐ延長すること
3. 任意の中心と半径で円を描くこと
4. すべての直角は互いに等しいこと
5. 直線が2直線と交わるとき、同じ側の内角の和が180度未満である場合、その2直線が限りなく延長されたとき、内角の和が180度より小さい側で交わる

ユークリッドが証明したもののなかで、わたしたちにも身近なものの例をあげる。

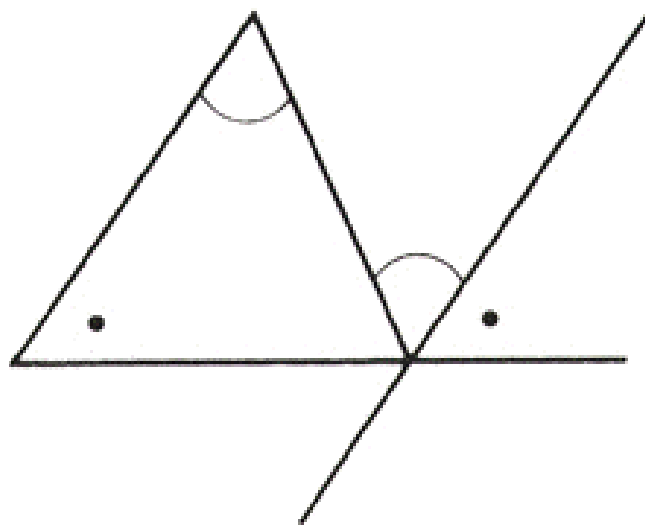
### 平行線の錯角



普通なら、相似な三角形を用いて証明するところを、ユークリッドは定義を

用いて2つの錯角が等しくなければ平行線でなくなるという論法で証明した。

### 三角形の内角の和



平行線を引き定義した平行線の性質を使って三角形の内角の和は2直角と証明した。

今となっては当たり前の事実だが、この時代に証明したことはとても大きかった。

### ユークリッドの互除法

原論にも含まれている、ユークリッドの互除法について述べる。二つの自

然数または整式の最大公約数を出す方法である。

$$a = bq + r \text{ のとき} \quad (1)$$

$$\text{GCM}(a,b)=\text{GCM}(b,r)$$

たとえば、 $28n+5$  と  $21n+4$  の最大公約数を求めるとき、

$$28n+5=(21n+4) \cdot 1+7n+1$$

$$21n+4=(7n+1) \cdot 3+1$$

と書き表してから、

$$\text{GCM}(28n+5,21n+4)=\text{GCM}(21n+4,7n+1)$$

$$=\text{GCM}(7n+1,1)$$

$$=1$$

こうすることで、 $28n+5$  と  $21n+4$  の最大公約数は 1 であることがわかり、互いに素であることの証明にもなった。

このようにユークリッドは数学史上最も重要な著書「原論」の著者であり、幾何学の父と称されている。

