唐突ではあるが、まずこちらの数式をご覧いただきたい。

$$\lim_{x\to 0}\frac{2sinx - sin2x}{x - sinx} \tag{1}$$

この極限値は、かつて求めることが不可能であった。しかし、これを可能にしたのが先に紹介したベルヌーイである。ここで、彼の生涯をご覧いただきたい。

表 1　ヨハン・ベルヌーイの生涯年表

年	出来事
1667 年	出生
1690 年	カテナリー曲線の方程式発見
1691 年	指数関数の微積分法確立
? 年	ロピタルの定理発見
1748 年	没

以上から、彼はロピタルの定理をはじめ、微積分学の発展にさまざまな形で貢献してきたといえる。特にすばらしい発見といえるロピタルの定理について、説明したい。ロピタルの定理とは、

$$\lim_{x\to c} f(x) = 0(\pm\infty)\ \lim_{x\to c} g(x) = 0(\pm\infty) \tag{2}$$

がそれぞれ成り立ち、かつ

$$\lim_{x\to c}\frac{f'(x)}{g'(x)} = a \tag{3}$$

となる極限値が存在すれば、

$$\lim_{x\to c}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to c}\frac{f'(x)}{g'(x)} = a \tag{4}$$

となる、ということを示すものである。これを用いれば、先の (1) の極限値も求めることが可能である。

$$\lim_{x\to 0}\frac{2sinx - sin2x}{x - sinx} \tag{5}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{2cosx - 2cos2x}{1 - cosx} \tag{6}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-2sinx + 4sin2x}{sinx} \tag{7}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{-2cosx + 8cos2x}{cosx} \tag{8}$$

$$= \frac{-2+8}{1} = 6 \tag{9}$$

このように、(5) → (6)、(6) → (7)、(7) → (8) という様に繰り返しロピタルの定理を用いることで極限値を求めることができる。 (10)

また、彼は数学者レオンハルト・オイラーを指導したことでも知られている。以下引用

■ヨハンの説得　ヨハンはレオンハルト・オイラーに数学を教えました。オイラーの父はオイラーに神学の道にに進むことを希望していましたが、ベルヌーイ家の説得によりオイラーは数学の道に進むことができました。

以上から、ヨハン・ベルヌーイは微積分学だけでなく**数学**の発展に大きく貢献した数学者の一人であると言える。(11)