Nikolai lvanovich Lobachevsky ニコライ・イワノビッチロバチェフスキー

数理科学科４６６８　石井裕貴

平成 27 年 1 月 6 日

ja.wikipedia.org/wiki/ニコライ・ロバチェフスキー

1　生涯

年	出来事
1792 年	ゴーリキー郊外で生まれる　７歳のころに父が亡くなり母に育てられる　そしてカザン
1802 年	ギムナジウムへと入学する　数学がこのころからすばらしかった
1807 年	カザン大学に入学する　数学の論説『プリンキピア』などを学習し終えていた
1813 年	同大学の教授となる
1825 年	幾何学の基礎に関する論文をカザン大学の物理・数学科に提出したが、刊行されずに失
1829 年	上記の学説を発表しさらに『幾何学の新原理並びに平行線の完全な理論』の中で詳しく
1835 年〜1837 年	「幾何学の新原理並びに平行線の完全な理論」において、非ユークリッド幾何学の１つ
1856 年没	

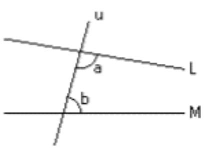
2　双曲幾何学（通称ロバチェフスキー幾何学

・双曲幾何学の大まかな内容-負の曲率を持つ曲がった空間における幾何学-完全で矛盾のない公理系を持つユークリッド幾何学ではない新しい幾何学としてまとめられた（非ユークリッド幾何学・ボヤイおよびガウスらものちに

この業績に携わった．・影響-物理学的な双曲幾何学 (物理学への応用-高速で回転する円盤上におけるローレンツ収縮にも関連 ja.wikipedia.org/wiki/双曲幾何学

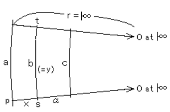
3　双曲幾何学を具体的に見ていく

・ユークリッドの公準５１直線が他の２直線を切っている。その２直線を十分伸ばす．すると、その２直線は、内角の和が２直角より小さい側で交わる．右図は a+b¡のものこれらが交わるということは当たり前であるのか ?? 　　　なんとニコライはこれ自体を問題としなかった !! (新しい幾何学



4　公理 :「ある直線 L とその直線の外にある点 p が与えられたとき、p を通り L に平行な直線は無限に存在する」

Fig. 6



この時右図のように２つの直線を考える時に次の数式を考えてみる

$$\frac{a}{b}=f(x)(r\to\infty)\text{ とする} \tag{1}$$

$$\frac{b}{c}=f(a)\frac{a}{c}=f(x+a) \tag{2}$$

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}=f(x)f(a) \tag{3}$$

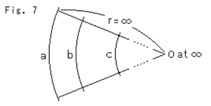
$$\text{f}\ (x)f(a)=f(x+a)\text{ よって }f(x)=e^kx(e>1,k>0)\text{ といえる} \tag{4}$$

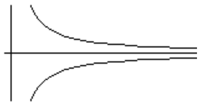
$$\text{このとき a }=1\text{ として b を変数 y に書き換える}\frac{a}{b}=f(x)\frac{1}{y}=f(x) \tag{5}$$

$$y=exp(-x)\text{ これらはいったい何なのか ??} \tag{6}$$

5　要するに

二つの曲線は曲がっているつまり指数曲線だとわかる !!　平面座標で見る





この関数の関連性から 5 枚目で述べたニコライの公理は示される

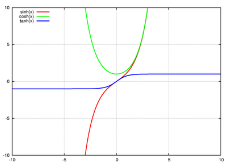
6　双曲線関数（6 枚目の補足）

$$x^2 + y^2 = 1 \text{ これは単位円の定義式である} \tag{7}$$

$$x^2 - y^2 = 1 \quad \text{これは標準形の双曲線の定義式である} \tag{8}$$

指数関数を用いると ····

$$sinh\ \mathrm{x} = \frac{e^x - e^-x}{2} cosh\ \mathrm{x} = \frac{e^-x + e^x}{2} tanhx = \frac{sinhx}{coshx} \tag{9}$$



双曲幾何のメカニズムの源泉は指数関数にあるといえる. つまり直感的には曲がった空間となる.

7　このことからわかること

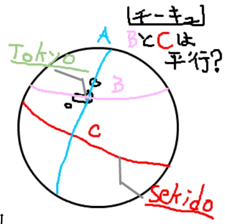
地球上の 2 つの都市を結ぶ最短距離について東京とロサンゼルスとの最短

図 1

図2

距離は図 1 ではなく図 2 のような湾曲した曲線になる.
このようにして引かれる球面上の直線を考えると、どの直線にも平行線は 1

本もないことが分かるこの幾何学では平行線公理は成り立たないとわかる !!



ニコライは第 5 公準の妥当性について挑んだ偉大な人物