

Nikolai Ivanovich
Lobachevsky
ニコライ・イワノビッチロバ
チェフスキー

数理化学科4668
石井裕貴



•ja.wikipedia.org/wiki/ニコライ・ロバチェフスキー

生涯

1792年	ゴーリキー郊外で生まれる 7歳のころに父が亡くなり母に育てられる そしてカザンへと引っ越す
1802年	ギムナジウムへと入学する 数学がこのころからすばらしかった
1807年	カザン大学に入学する 数学の論説『プリンキピア』などを学習し終えていた
1813年	同大学の教授となる
1826年	幾何学の基礎に関する論文をカザン大学の物理・数学科に提出したが、刊行されずに失われた 1827年に学長となる
1829年	上記の学説を発表しさらに『幾何学の新原理並びに平行線の完全な理論』の中で詳しく展開した
1835年～1837年	「幾何学の新原理並びに平行線の完全な理論」において、非ユークリッド幾何学の1つである双曲幾何学を築いた 1846年に学長をやめられる
1856年	没

d.hatena.ne.jp/cool-hira/20130314/1363208919

ja.wikipedia.org/wiki/ニコライ・ロバチェフスキー

双曲幾何学 (通称ロバチェフスキー幾何学)

- ・双曲幾何学の大まかな内容

- 負の曲率を持つ曲がった空間における幾何学

- 完全で矛盾のない公理系を持つユークリッド幾何学ではない新しい幾何学としてまとめられた (非ユークリッド幾何学)

- ・ボヤイおよびガウスらものちにこの業績に携わった。

- ・影響

- 物理学的な双曲幾何学 (物理学への応用)

- 高速で回転する円盤上におけるローレンツ収縮にも関連

双曲幾何学を具体的に見ていく

・ユークリッドの公準5

1直線が他の2直線を切っている。

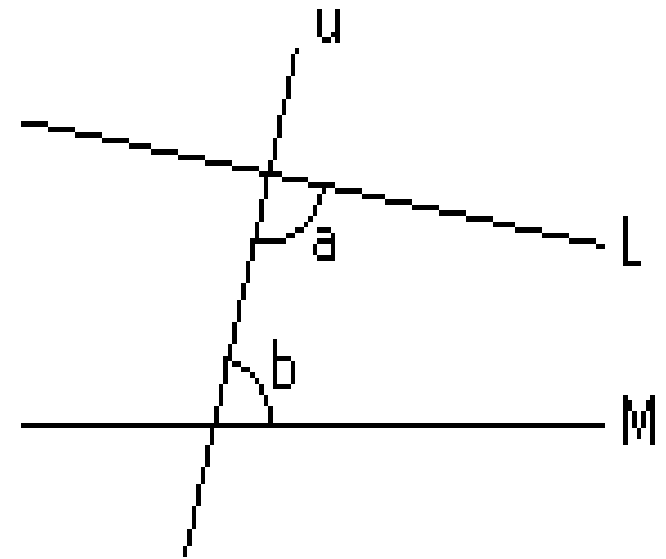
その2直線を十分伸ばす。

すると、その2直線は、内角の和が2直角より小さい側で交わる。

右図は $a+b < \pi$ のもの

これらが交わるということは当たり前であるのか??

なんとニコライはこれ自体を問題としなかった!!! (新しい幾何学



公理:「ある直線 L とその直線の外にある点 p が与えられたとき、 p を通り L に平行な直線は無限に存在する」

- この時右図のように2つの直線を考える
この時次の数式を考えてみる

$$\frac{a}{b} = f(x) \quad (r \rightarrow \infty) \text{ とする.}$$

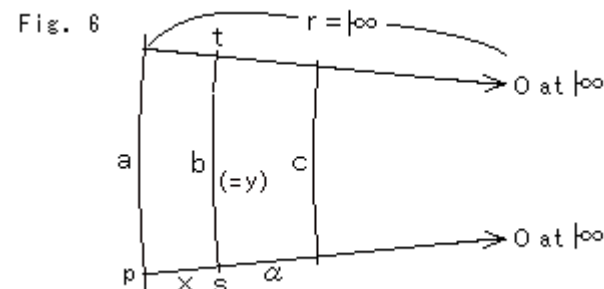
$$\text{このとき } \frac{b}{c} = f(\alpha) \quad \frac{a}{c} = f(x+\alpha) \text{ となり } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = f(x)f(\alpha)$$

これより $f(x)f(\alpha) = f(x+\alpha)$ よって $f(x) = e^{kx}$ ($e > 1, k > 0$) といえる.

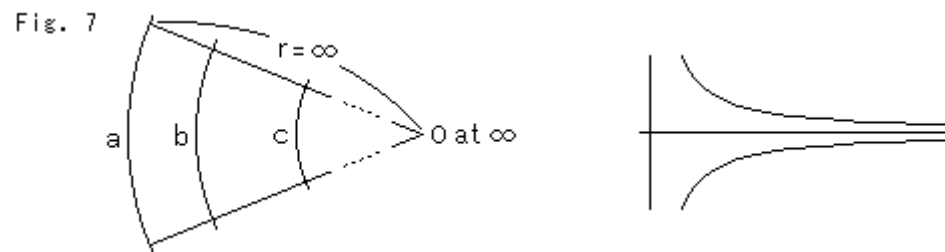
このとき $a=1$ として b を変数 y に書き換えると $\frac{a}{b} = f(x)$ から

$$\frac{1}{y} = f(x) \quad \text{よって } y = \exp(-x) \text{ という式となる.}$$

これらはいったい何なのか??



- 要するに: 二つの曲線は曲がっているつまり指数曲線だとわかる!! 平面座標で見ると



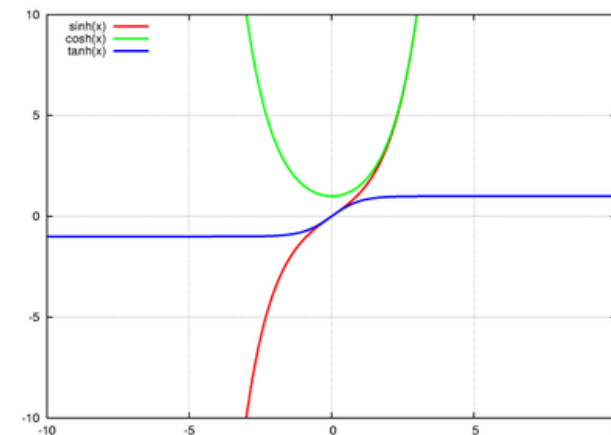
- この関数の関連性から5枚目で述べたニコライの公理は示される.

双曲線関数(6枚目の補足)

単位円の定義式は $x^2 + y^2 = 1$ であり、標準形の大双曲線の定義式は y^2 の符号を変えただけの $x^2 - y^2 = 1$ である. 単位円の面積で三角関数を定義したのと同じように大双曲線を用いて大双曲線関数を定義することができる.

指数関数 e^x を用いると……

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^{-x} + e^x}{2} \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$



双曲幾何のメカニズムの源泉は指数関数、とくに e^z (z は複素数)にあるといえる. つまり直感的には曲がった空間となる.

このことからわかること

- 地球上の2つの都市を結ぶ最短距離について東京とロサンゼルスとの最短距離は図1ではなく図2のような湾曲した曲線になる。
- このようにして引かれる球面上の直線を考えると、どの直線にも平行線は1本もないことが分かる

この幾何学では平行線公理は成り立たないとわかる！！

ニコライは第5公準の妥当性について挑んだ偉大な人物

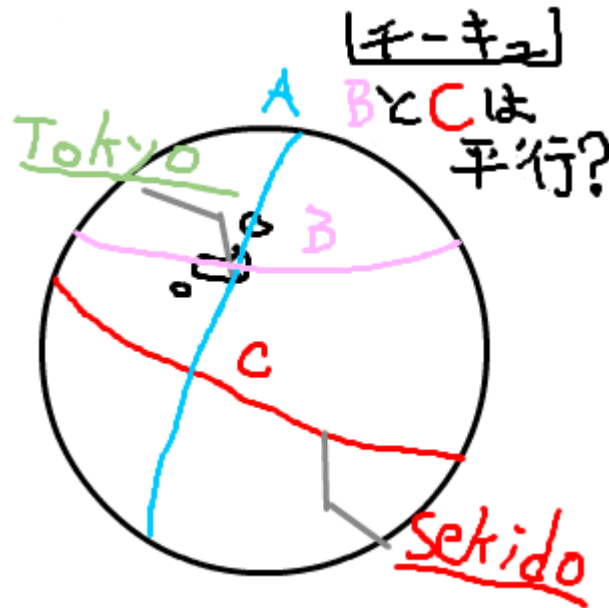


図1



図2

