

χ^2 -分布 (再掲)

- 「カイ二乗分布」 $f_n(\chi^2)$
(kai square distribution)
n を自由度という

$$f_n(\chi^2) = \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot (\chi^2)^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata

χ^2 -分布する統計量 (再掲)

- 確率変数 X が正規分布 $N(0,1)$ に従うとき、
確率変数 X^2 は χ^2 -分布 $f_1(\chi^2)$ に従う。
- 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から独立に抽出された
n 個の標本 X_1, X_2, \dots, X_n について

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_i (X_i - \mu)^2$$

は χ^2 -分布 $f_n(\chi^2)$ に従う。

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata

χ^2 -分布する統計量 (2)

- 正規母集団 $N(\mu, \sigma^2)$ から独立に抽出された n 個の標本 X_1, X_2, \dots, X_n について、その標本平均を \bar{X} とするとき、

「 」

$$U^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

は (?)

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



F-分布

- 「 」 $f_{m,n}(F)$
(F-distribution)

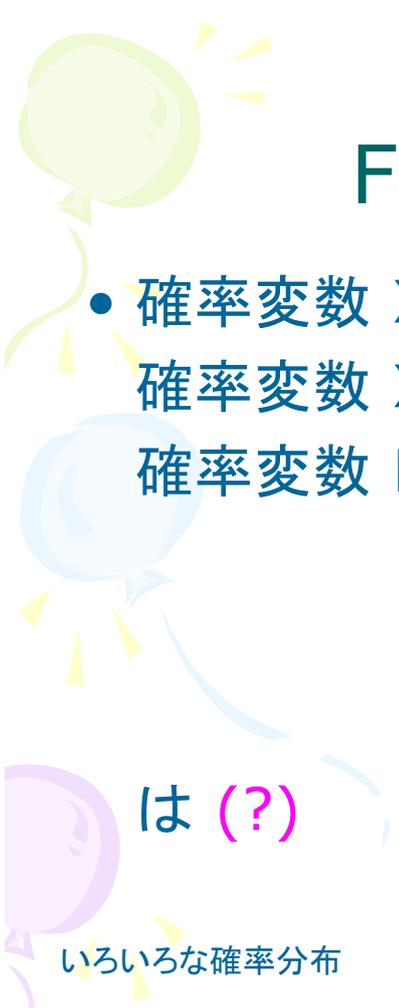
m, n は自然数。(?)

という

$$f_{m,n}(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right) \left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right) \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \frac{(F)^{\frac{m}{2}-1}}{\left(1 + \frac{m}{n} \cdot F\right)^{\frac{m+n}{2}}}$$

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



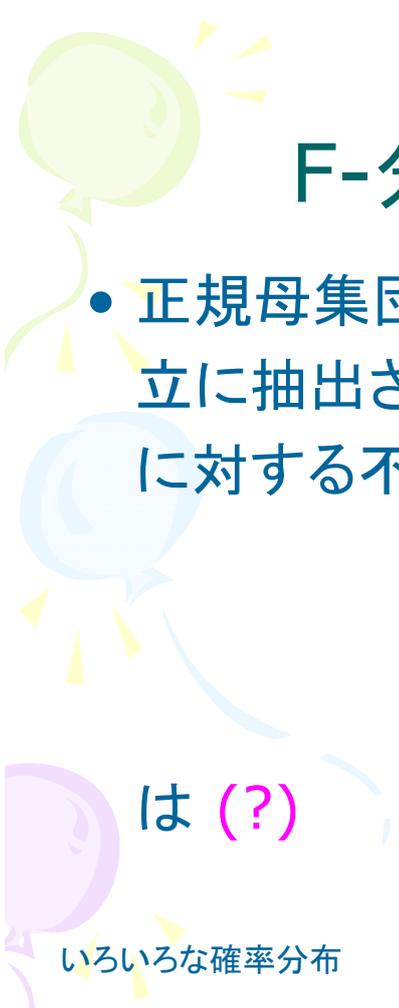
F-分布する統計量

- 確率変数 X_1 が χ^2 -分布 $f_m(\chi^2)$ に従い
確率変数 X_2 が χ^2 -分布 $f_n(\chi^2)$ に従うとき、
確率変数 F

は (?)

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



F-分布する統計量 (2)

- 正規母集団 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ から独立に抽出された、大きさ n_1 , n_2 個の標本に対する不偏分散を U_1^2 , U_2^2 とするとき

$$F = \frac{U_1^2 / \sigma_1^2}{U_2^2 / \sigma_2^2}$$

は (?)

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



ケーススタディ(分散比)

- 車種A 5台の燃費測定値 ($X_j^{(A)}$)

18.0 18.2 15.3 17.5 17.3

- 車種B 10台の燃費測定値 ($X_j^{(B)}$)

13.4 10.4 17.8 16.3 16.4

14.9 16.4 17.7 21.5 15.3

- 両車種の燃費に差があるか？



いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



ケーススタディ(分散比) (2)

- 車種A、B、全体の平均燃費

$$\bar{X}^{(A)} = \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 X_j^{(A)} =$$

$$\bar{X}^{(B)} = \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} X_j^{(B)} =$$

$$\bar{X} = \frac{1}{15} \sum_{i=A,B} \sum_{j=1}^{n^{(i)}} X_j^{(i)} =$$



いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



ケーススタディ(分散比) (3)

- 級間平方和

$$S_{between}^2 = \sum_{i=A,B} n^{(i)} (\bar{X}^{(i)} - \bar{X})^2 =$$

- 級内平方和

$$S_{within}^2 = \sum_{i=A,B} \sum_{j=1}^{n^{(i)}} (X_j^{(i)} - \bar{X}^{(i)})^2 =$$

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



ケーススタディ(分散比) (4)

- 級間(不偏)分散

$$U_b^2 = S_{between}^2 / 1 =$$

- 級内(不偏)分散

$$U_w^2 = S_{within}^2 / \sum_{i=A,B} (n^{(i)} - 1) =$$

いろいろな確率分布

Copyright © by Takeshi Kawabata



ケーススタディ(分散比) (5)

- 不偏分散比

$$U_b^2 / U_w^2 =$$

- 2クラスの不偏分散比は自由度対

[] の F-分布に従う

⇒ 検定(後述)に利用