# $\chi^2$-分布（再掲）

- 「カイ二乗分布」$f_n(\chi^2)$
  (kai square distribution)
  n を自由度という

$$f_n(\chi^2) = \frac{1}{2^{n/2} \cdot \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot (\chi^2)^{\frac{n}{2}-1} \cdot e^{-\frac{\chi^2}{2}}$$




# $\chi^2$-分布する統計量（再掲）

- 確率変数 X が正規分布 $N(0,1)$ に従うとき、
  確率変数 $X^2$ は$\chi^2$-分布 $f_1(\chi^2)$に従う。

- 正規母集団 $N(\mu,\sigma^2)$ から独立に抽出された
  n 個の標本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ について

$$\frac{1}{\sigma^2}\sum_i (X_i - \mu)^2$$

は$\chi^2$-分布 $f_n(\chi^2)$に従う。

# $\chi^2$-分布する統計量 (2)

- 正規母集団 $N(\mu,\sigma^2)$ から独立に抽出された n 個の標本 $X_1, X_2, \ldots, X_n$ について、その標本平均を $\overline{X}$とするとき、
「 」

$$U^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

は (?)




# F-分布

- 「 」 $f_{m,n}$(F) (F-distribution)
$m$, $n$ は自然数。(?) という

$$f_{m,n}(F) = \frac{\Gamma\left(\frac{m+n}{2}\right)\left(\frac{m}{n}\right)^{\frac{m}{2}}}{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\cdot\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \cdot \frac{(F)^{\frac{m}{2}-1}}{\left(1+\frac{m}{n}\cdot F\right)^{\frac{m+n}{2}}}$$

# F-分布する統計量

- 確率変数 $X_1$ が$\chi^2$-分布 $f_m(\chi^2)$に従い
  確率変数 $X_2$ が$\chi^2$-分布 $f_n(\chi^2)$に従うとき、
  確率変数 F

は (?)




# F-分布する統計量 (2)

- 正規母集団 $N(\mu_1,\sigma_1{}^2)$, $N(\mu_2,\sigma_2{}^2)$から独立に抽出された、大きさ $n_1$, $n_2$ 個の標本に対する不偏分散を $U_1{}^2$, $U_2{}^2$ とするとき

$$F = \frac{U_1^2 / \sigma_1^2}{U_2^2 / \sigma_2^2}$$

は (?)

# ケーススタディ(分散比)

- 車種A 5台の燃費測定値 $(X_j^{(A)})$

18.0 18.2 15.3 17.5 17.3

- 車種B 10台の燃費測定値 $(X_j^{(B)})$

13.4 10.4 17.8 16.3 16.4

14.9 16.4 17.7 21.5 15.3

- 両車種の燃費に差があるか？





# ケーススタディ(分散比) (2)

- 車種A、B、全体の平均燃費

$$\overline{X}^{(A)} = \frac{1}{5}\sum_{j=1}^{5} X_j^{(A)} =$$

$$\overline{X}^{(B)} = \frac{1}{10}\sum_{j=1}^{10} X_j^{(B)} =$$

$$\overline{X} = \frac{1}{15}\sum_{i=A,B}\sum_{j=1}^{n^{(i)}} X_j^{(i)} =$$

# ケーススタディ（分散比） (3)

- 級間平方和

$$s_{between}^{2} = \sum_{i=A,B} n^{(i)} \left( \overline{X}^{(i)} - \overline{X} \right)^2 =$$

- 級内平方和

$$s_{within}^{2} = \sum_{i=A,B} \sum_{j=1}^{n^{(i)}} \left( X_j^{(i)} - \overline{X}^{(i)} \right)^2 =$$




# ケーススタディ（分散比） (4)

- 級間(不偏)分散

$$U_b^2 = s_{between}^2 / 1 =$$

- 級内(不偏)分散

$$U_w^2 = s_{within}^2 / \sum_{i=A,B} (n^{(i)} - 1) =$$

# ケーススタディ（分散比）(5)

- 不偏分散比 $U_b^2 / U_w^2 =$
- 2クラスの不偏分散比は自由度対

$\left[\qquad\qquad\right]$ の F-分布に従う

⇒ 検定（後述）に利用