

最初の一步—微分・積分—

Copyright ©2006 by Shigeto R. Nishitani

▼ 単純な微分(diff)

単純な一変数関数の一次微分は、以下の通り。

```
> diff(x^2-3*x+2,x);
```

$$2x-3 \quad (1.1.1)$$

高次の微分は、微分変数を必要なだけ並べる。

```
> diff(sin(x),x,x);
```

$$-\sin(x) \quad (1.1.2)$$

高次では次のような記法が便利。これは3次のxについての微分を表わす。

```
> diff(x^4,x$3);
```

$$24x \quad (1.1.3)$$

▼ 偏微分

複数の変数を持つ関数の偏微分も同様にして記述できる。

```
> eq1:=(x+y)/(x*y);
```

$$\text{eq1} := \frac{x+y}{xy} \quad (1.2.1)$$

```
> diff(eq1,x);  
diff(eq1,y);
```

$$\frac{1}{xy} - \frac{x+y}{x^2y} \quad (1.2.2)$$
$$\frac{1}{xy} - \frac{x+y}{xy^2}$$

▼ 単純な積分(int)

単純な不定積分。

```
> int(ln(x),x);
```

$$x \ln(x) - x \quad (1.3.1)$$

定積分にするには、積分変数の範囲を指定する。

```
> int(sin(x),x=-Pi..0);
```

$$-2 \quad (1.3.2)$$

部分積分法や置換積分法を用いる積分も一発で求まる。

```
> eq:=sqrt(4-x^2);int(eq,x);
```

$$\text{eq} := \sqrt{4-x^2}$$
$$\frac{1}{2} x \sqrt{4-x^2} + 2 \arcsin\left(\frac{1}{2} x\right) \quad (1.3.3)$$

数学の公式集に載っているような複雑な積分も求まる。

```
> eq2:=exp(-x^2);int(eq2,x=0..zz);
```

$$\text{eq2} := e^{-x^2}$$
$$\frac{1}{2} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(zz) \quad (1.3.4)$$

▼ 演習

次の関数を微分せよ。

(1) $x \log(x)$ (2) $1/(1+x)^3$, (3) $\sqrt{4x+3}$, (4) $1/(a^2+(x-x_0)^2)$, (5) $(1+\exp(-1/x))/(1-\exp(-1/x))$

次の関数の1次、2次、3次導関数を求めよ。

(1) $y = \sin^2(x)$, (2) $y = x \log(\exp(-1/2x)/(1-\exp(-1/x)))$